

問題番号	問い	2 次関数 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフと x 軸との共有点の個数を求めなさい。	
1 9	正解	0 個	
誤 答 例		つ ま ず き 原 因	分析と解消
1	無解答	共有点の個数の求め方を理解していない。	5 7 ページ 【 1 9 - 1 】
2	2 個	方程式を解いたが，因数分解を間違えた。 解の公式で解を求めてしまった。	5 8 ページ 【 1 9 - 2 】
		$b^2 - 4ac$ の計算を間違えた。	5 8 ページ 【 1 9 - 3 】
3	1 個	$b^2 - 4ac$ の計算を間違えた。	5 8 ページ 【 1 9 - 3 】
4			
5			
正解の解説 $b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 3$ $= -8$ < 0 よって，共有点は 0 個			
練習	次の 2 次関数のグラフと x 軸との共有点の個数を求めなさい。		
	$(1) y = x^2 + x - 3$ $(2) y = 9x^2 + 12x + 4$ $(3) y = -2x^2 - 3x - 4$ $(4) y = -4x^2 + 4x - 1$		
解答	(1) 2 個 (2) 1 個 (3) 0 個 (4) 1 個		

誤答例 1 のつまずきの分析【19 - 1】

2 次関数のグラフと x 軸との共有点の個数を求める方法を理解していないと考えられます。

つまずきの解消

- 2 次関数 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフをかいてみましょう。

$y = (x - 1)^2 + 2$ と変形できるので、グラフは右図のようになります。グラフより共有点の数は 0 個だということが分かります。

- グラフと x 軸との共有点の座標を求めてみましょう。

問題番号 18 で解いたように、方程式を解けば求められます。 $x^2 - 2x + 3 = 0$ において、解の公式に代入すると $x = 1 \pm \sqrt{-2}$ となりますが、 $1 \pm \sqrt{-2}$ という数は存在しないので、この方程式は解をもたず、共有点はないことになります。

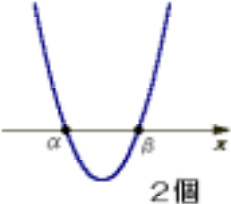
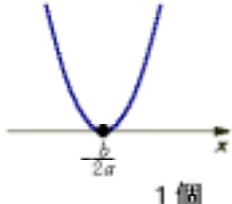
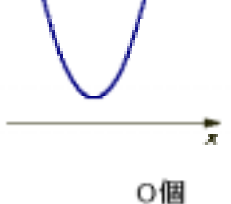
- 実際にグラフをかいたり、方程式の解を求めれば、共有点の個数は求まりますが、もっとよい方法はないか考えてみましょう。

方程式を解くときに解の公式を用いましたが、

- ・ $\sqrt{\quad}$ の中を計算してマイナスになれば、解は上の例のように 0 個になります。
- ・ $\sqrt{\quad}$ の中を計算して 0 になれば、その結果 $\pm \sqrt{\quad}$ の部分が消えて、解は 1 個になります。
- ・ $\sqrt{\quad}$ の中がプラスになれば、解が 2 個になることは明らかでしょう。

つまり、 $\sqrt{\quad}$ の中だけを計算して、それがプラスであれば解は 2 個、0 なら 1 個、マイナスなら 0 個の解をもつことが判別できるのです。解の公式の $\sqrt{\quad}$ の中とは $b^2 - 4ac$ のことですから、 $b^2 - 4ac$ だけを計算して、その符号から解の個数を判別することが、もっとも効率のよい求め方と考えられます。

【まとめ】 $a > 0$ の場合

$b^2 - 4ac$ の符号	$b^2 - 4ac > 0$	$b^2 - 4ac = 0$	$b^2 - 4ac < 0$
$y = ax^2 + bx + c$ のグラフと x 軸との共有点の数	 2 個	 1 個	 0 個

誤答例 2 (,) のつまずきの分析【19 - 2】

$x^2 - 2x + 3 = 0$ において方程式を解いたが、 $(x + 1)(x - 3) = 0$ と誤って因数分解し、 $x = -1, 3$ という解が求まったので、2 個と答えたと思われます。

$x^2 - 2x + 3 = 0$ において解の公式に代入し、 $x = 1 \pm \sqrt{-2}$ という解が求まったため、2 個と答えたと思われます。

つまずきの解消

- 因数分解の方法や、解の求め方は【18 - 2】(54 ページ) に詳しく解説してありますから、そちらを参照してください。

また、 $\sqrt{\quad}$ の中がマイナスになった場合については【19 - 1】(57 ページ) を参照して下さい。

誤答例 2 (), 3 のつまずきの分析【19 - 3】

$b^2 - 4ac$ の式を間違えて $b^2 + 4ac$ としてしまったか、計算間違いをしたと考えられます。

つまずきの解消

- $b^2 - 4ac$ は解の公式の $\sqrt{\quad}$ の中身です。

したがって、解の公式 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ が使えるならその $\sqrt{\quad}$ の中だけを取り

出せばよいのですから、あらためて覚える必要はないのです。