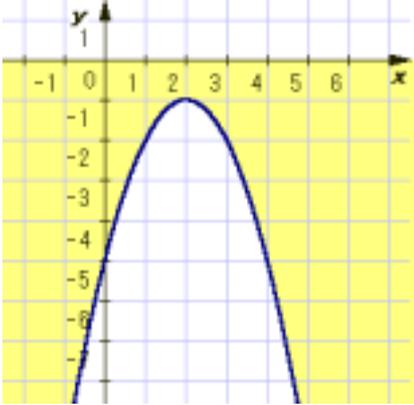


問題番号	問い	2次不等式 $-x^2 + 4x - 5 < 0$ を解きなさい。
------	----	-----------------------------------

21	正解	すべての実数
----	----	--------

誤答例		つまずき原因	分析と解消
1	無解答	2次不等式を解く意味を理解していない。	56ページ 【21-1】
2	$-1 < x < 5$	因数分解が正しくできない。	21ページ 【8-1】
3	解なし	不等式の性質を理解していない。	57ページ 【21-2】

正解の解説 1
 $y = -x^2 + 4x - 5$ のグラフを描いてみると
 $y = -(x-2)^2 - 1$
と変形できるので、頂点は(2, -1)の下に凸の放物線のグラフとなる。
よって、 $-x^2 + 4x - 5 < 0$ の解は、
すべての実数である。



正解の解説 2
方程式とみなして、判別式をとると
 $D = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = -4 < 0$ となり、
解が無いことがわかる。
これは $y = -x^2 + 4x - 5$ とみなしたグラフ
が、 x 軸と共有点をもたないことと同じである。 x^2 の係数 < 0 なので、グラフは上に凸の放物線。
よって、 $-x^2 + 4x - 5 > 0$ の解は、すべての実数である。

正解の解説 3
 $-x^2 + 4x - 5$ は $-(x-2)^2 - 1$ と変形できる。
すべての実数 x について、 $-(x-2)^2 \leq 0$ 、これに -1 を加えているので、
 $-(x-2)^2 - 1 < 0$
よって、 $-x^2 + 4x - 5 < 0$ の解は、すべての実数である。

正解の解説 4
 $-x^2 + 4x - 5 < 0$ の両辺に -1 をかけると $x^2 - 4x + 5 > 0$ となり、
問題19と同じになる。このように変形してから不等式を解くことも考えられる。

練習	次の2次不等式を解きなさい。 (1) $-x^2 + 4x - 7 < 0$ (2) $-2x^2 + 4x - 9 > 0$
解答	(1) すべての実数 (2) 解なし

誤答例 1 のつまずきの分析【 2 1 - 1 】

2 次関数のグラフを描くことができないと思われます。2 次関数のグラフがかけられるようになることが、2 次不等式が確実に解けるようになる近道です。特に頂点の座標を求めることと、グラフが上に凸か下に凸かの判断することが重要です。

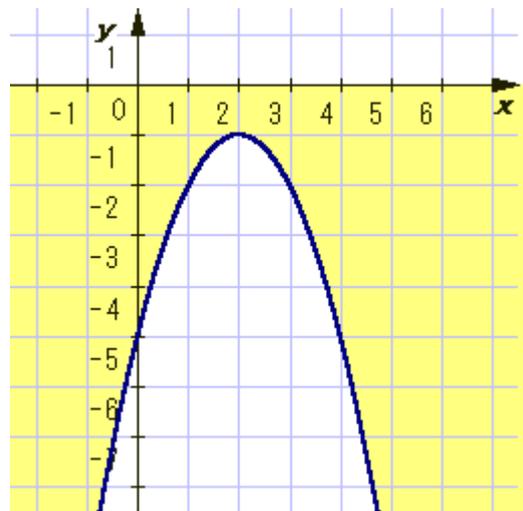
つまずきの解消 1

$-x^2 + 4x - 5 < 0$ を解くということは、 $y = -x^2 + 4x - 5$ とみなしたとき、常に $y < 0$ となるような、 x の値の範囲を求めることです。

そこでまず、2 3 ページで 2 次関数のグラフを描くための式変形を確認しましょう。

$y = -x^2 + 4x - 5$ のグラフを描いてみると
 $y = -(x - 2)^2 - 1$

と変形できるので、頂点は $(2, -1)$ の下に凸の放物線のグラフとなります。よって、 $-x^2 + 4x - 5 < 0$ の解は、すべての実数です。



誤答例 1 のつまずきの分析【 2 1 - 1 】

判別式をうまく利用できないと思われます。このような 2 次不等式はグラフをかく方法の他に、判別式とグラフが上に凸か下に凸かの判断で解く方法もあります。判別式を利用することは、グラフを描く場合便利です。

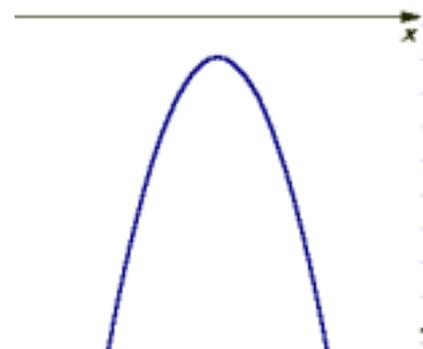
つまずきの解消

判別式を利用して、2 次不等式を解くことができます。そこでまず、2 3 ページで判別式と 2 次不等式の解との関係について確認しましょう。

ここでは、 $-x^2 + 4x - 5 = 0$ とみなして、判別式をとると
 $D = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = -4 < 0$ となり、この方程式は解がないことがわかります。

これは $y = -x^2 + 4x - 5$ とみなしたグラフが、
x 軸と共有点を持たないことと同じです。
 x^2 の係数 < 0 なので、グラフは上に凸。

よって、 $-x^2 + 4x - 5 < 0$ の解は、すべての実数です。



誤答例3のつまずきの分析【21 - 2】

不等式の性質を正しく理解していないと思われます。不等式では両辺に負の数をかけると不等号の向きが変わりますから、2次不等式を解く上でも、この性質を確認しておくことは重要です。

つまずきの解消

17 - 1ページに戻って、 x^2 の係数 < 0 であるときの、2次不等式の解き方を理解しましょう。

- $x^2 + 4x - 5 < 0$ はまず両辺に -1 をかけると
 $x^2 - 4x + 5 > 0$ となります。

この式で考えればよいわけです。