

3. ガリレオの行った落体の運動の実験

1. 目的

ガリレオの行った落体の運動の実験を検証する。

2. 器具

1.2 m程度のカーテンレール、金属球（いろいろな大きさのもの）、ストップウォッチ
電子計数装置（島津NX-10）、リード線、アルミ箔、木片

3. 理論

ガリレオは①『空気の抵抗がなければ、落体の運動は等加速度運動である。』と考えた。しかし、当時の技術では、瞬間の速さを測定することは困難であり、この考えを直接確かめることはできなかった。

そこで、彼は②『等加速度運動であれば、移動距離は経過時間の二乗に比例する。したがって、落下距離と落下時間の二乗を測定してその比が一定であれば、その運動は等加速度運動である。』と考え、斜面を利用して落下距離と時間の関係を測定した。

$$v = a t \cdots \textcircled{1} \qquad x = 1/2 a t^2 \cdots \textcircled{2}$$

4. 方法

(1) ガリレオの行った落体の運動の実験を行い、距離が時間の二乗に比例することを確認する。

また、斜面の角度を変えて結果を比較する。

ア. 図1のように装置を組み立て、斜面上に

B点から10 cm間隔に印を付けておく。

イ. スタート地点Aから金属球（質量66.5g、

直径25mm）を転がし、ゴール地点Bに到達するまでの時間 t をストップウォッチで測定する。

ウ. スタートの位置を10cm毎に変えて、それぞれ4回ずつ測定し平均を求める。

エ. 時間 t の二乗を求める。

オ. 以上の実験を木片の高さ h を変えて行う。（3.4cm、6.8cm、10.2cm）

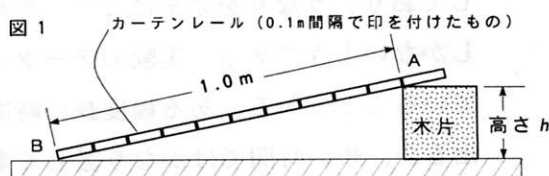
カ. x と t の関係、 x と t^2 の関係をグラフにする。

(2) 転がす鉄球の大きさ（質量130 g、直径32mm）を変えて(1)と同様の実験を行う。

(3) 時間の測定を電子計数装置のストップクロック機能を利用して(1)と同様の実験を行う。

電子計数装置（島津NX-10）の設定

- ・モード選択「TIME INTV.」 ・入力選択「>3V」
- ・スタートスイッチ： スタートと同時に[SIGNAL]端子に5Vの電圧が加わる。
- ・ストップスイッチ： ゴールと同時に[SIGNAL]端子がアースされる。

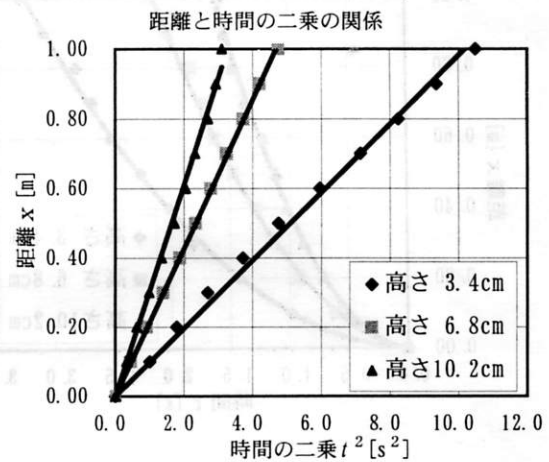
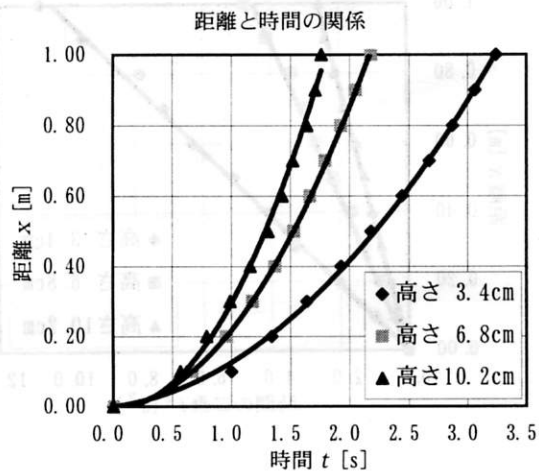


5. 結果

(1) ストップウォッチによる測定

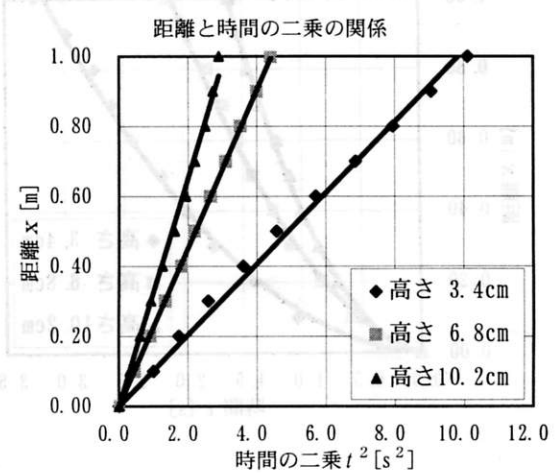
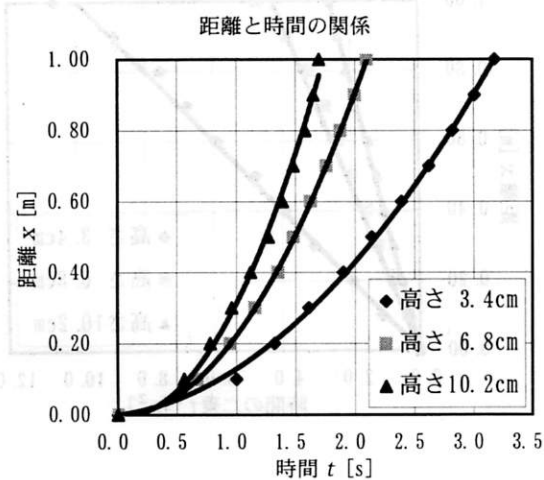
ア. 質量66.5g、直径25mmの鉄球の場合

距離 x [m]		0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	傾き [m/s^2]	
時間 t [s]	高さ 3.4cm	0.00	1.00	1.34	1.64	1.93	2.18	2.44	2.67	2.87	3.06	3.24		0.098
	高さ 6.8cm	0.00	0.67	0.96	1.18	1.37	1.53	1.67	1.80	1.93	2.05	2.18		
	高さ 10.2cm	0.00	0.57	0.79	0.99	1.16	1.31	1.43	1.52	1.64	1.71	1.76		
時間の二乗 t^2 [s^2]	高さ 3.4cm	0.00	1.00	1.80	2.69	3.72	4.75	5.95	7.13	8.24	9.36	10.50	0.214	
	高さ 6.8cm	0.00	0.45	0.92	1.39	1.88	2.34	2.79	3.24	3.72	4.20	4.75		
	高さ 10.2cm	0.00	0.32	0.62	0.98	1.35	1.72	2.04	2.31	2.69	2.92	3.10		



イ. 質量130g、直径32mmの鉄球の場合

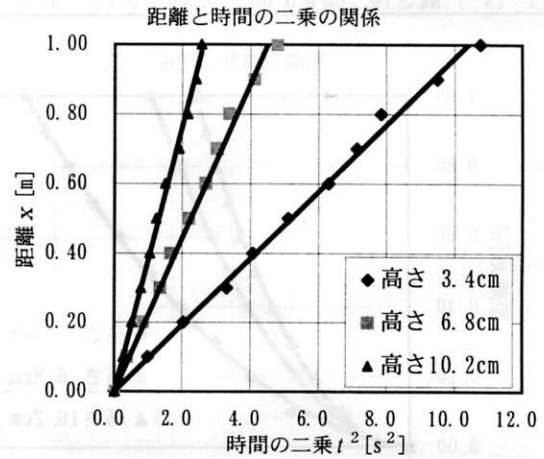
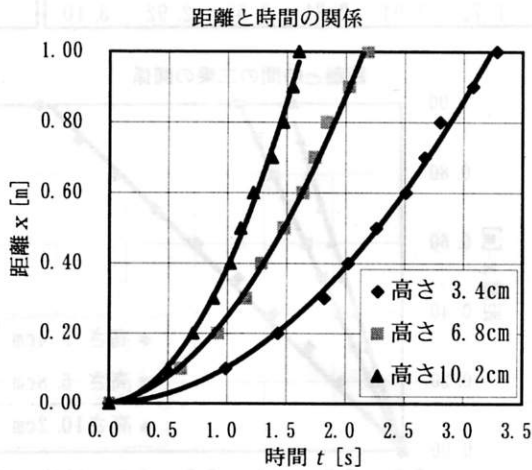
距離 x [m]		0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	傾き [m/s^2]	
時間 t [s]	高さ 3.4cm	0.00	1.00	1.32	1.61	1.90	2.14	2.39	2.62	2.82	3.01	3.18		0.102
	高さ 6.8cm	0.00	0.67	0.95	1.16	1.35	1.48	1.63	1.76	1.88	2.00	2.10		
	高さ 10.2cm	0.00	0.56	0.78	0.96	1.12	1.27	1.39	1.48	1.58	1.65	1.70		
時間の二乗 t^2 [s^2]	高さ 3.4cm	0.00	1.00	1.74	2.59	3.61	4.58	5.71	6.86	7.95	9.06	10.11	0.226	
	高さ 6.8cm	0.00	0.45	0.90	1.35	1.82	2.19	2.66	3.10	3.53	4.00	4.41		
	高さ 10.2cm	0.00	0.31	0.61	0.92	1.25	1.61	1.93	2.19	2.50	2.72	2.89		



(2) 電子計数装置による測定

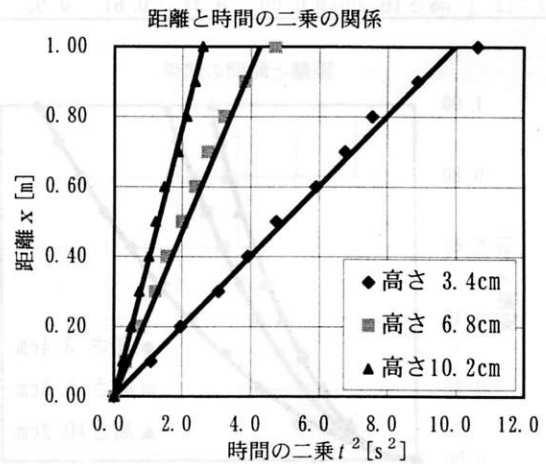
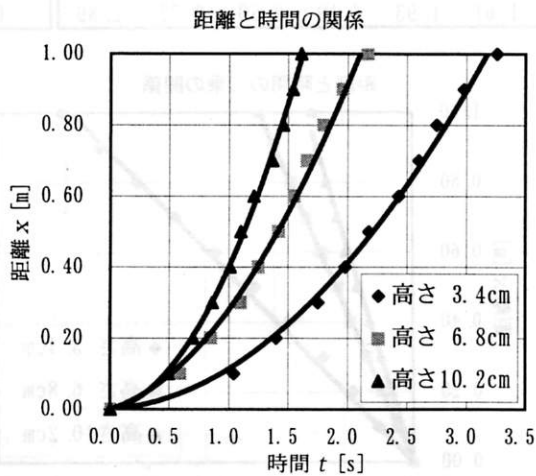
ア. 質量66.5g、直径25mmの鉄球の場合

距離 x [m]		0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	傾き [m/s^2]		
時間 t [s]	高さ 3.4cm	0.00	0.99	1.43	1.82	2.02	2.26	2.51	2.67	2.80	3.08	3.28			
	高さ 6.8cm	0.00	0.61	0.92	1.16	1.29	1.48	1.64	1.74	1.84	2.03	2.19			
	高さ 10.2cm	0.00	0.50	0.71	0.88	1.02	1.11	1.22	1.38	1.47	1.55	1.60			
時間の二乗 t^2 [s^2]	高さ 3.4cm	0.00	0.98	2.04	3.31	4.08	5.11	6.30	7.13	7.84	9.49	10.76	0.096		
	高さ 6.8cm	0.00	0.37	0.85	1.35	1.66	2.19	2.69	3.03	3.39	4.12	4.80	0.222		
	高さ 10.2cm	0.00	0.25	0.50	0.77	1.04	1.23	1.49	1.90	2.16	2.40	2.56	0.382		



イ. 質量130g、直径32mmの鉄球の場合

距離 x [m]		0.00	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80	0.90	1.00	傾き [m/s^2]		
時間 t [s]	高さ 3.4cm	0.00	1.04	1.40	1.75	1.98	2.18	2.43	2.60	2.75	2.98	3.26			
	高さ 6.8cm	0.00	0.59	0.85	1.10	1.25	1.42	1.55	1.66	1.80	1.96	2.17			
	高さ 10.2cm	0.00	0.49	0.70	0.86	1.01	1.10	1.21	1.37	1.46	1.54	1.61			
時間の二乗 t^2 [s^2]	高さ 3.4cm	0.00	1.08	1.96	3.06	3.92	4.75	5.90	6.76	7.56	8.88	10.63	0.100		
	高さ 6.8cm	0.00	0.35	0.72	1.21	1.56	2.02	2.40	2.76	3.24	3.84	4.71	0.235		
	高さ 10.2cm	0.00	0.24	0.49	0.74	1.02	1.21	1.46	1.88	2.13	2.37	2.59	0.385		

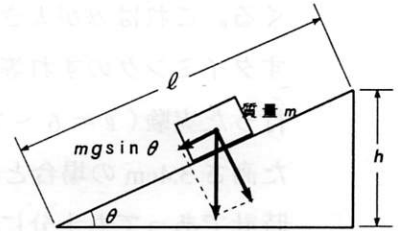


6. 考 察

(1) どのような条件で実験を行った場合でも、 $x-t^2$ 図はほぼ原点を通る直線になっている。このことから、落下距離 x が時間 t の二乗に比例していることが分かる。したがってガリレオが立てた仮説を検証することができた。

(2) 各実験の精度を比べるために理論値との比較をした。また、グラフを整理し直した。なお、それぞれの値は次のように求めた。

・ 図より物体の運動方程式 $ma = mg \cdot \sin \theta$ となり、
理論的な加速度は $a = g \sin \theta$ で求まる。また逆に
実験値から算出する重力加速度は $g = a / \sin \theta$
で求まる。(ただし $\sin \theta = h / \ell$)

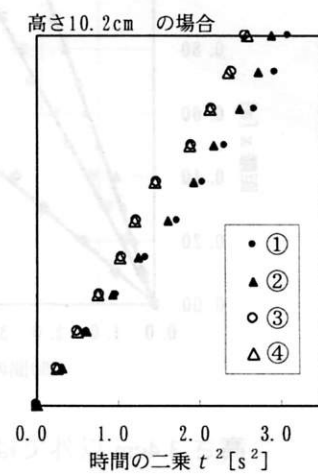
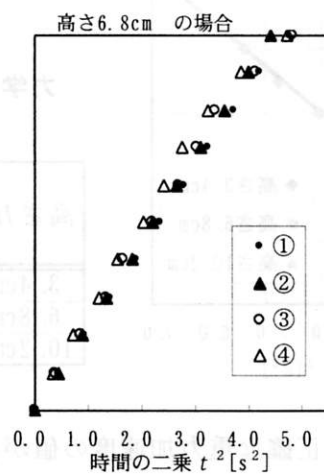
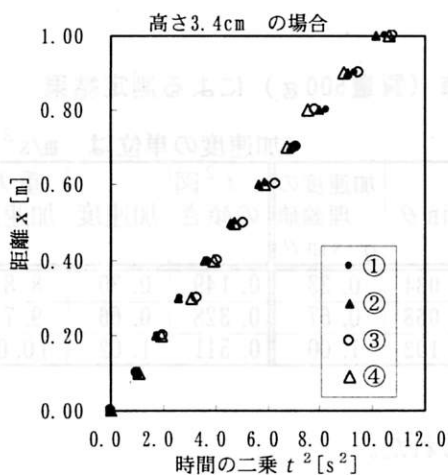


・ $x = 1/2 a t^2$ から $a = 2x / t^2$ したがって加速度 a は $x-t^2$ 図の傾きの2倍であることが分かる。グラフの傾きは測定データから最小二乗法により求めた。(ExcelのLINEST関数を利用)

凡例 ストップウォッチによる測定で、 ①金属球が25mmの場合 ②金属球が32mmの場合
計数装置による測定で、 ③金属球が25mmの場合 ④金属球が32mmの場合

(加速度の単位は m/s^2)

高さ h	$\sin \theta$	加速度の理論値 $g \cdot \sin \theta$	測定値から求めた加速度 a ($x-t^2$ 図の傾き) $\times 2$				測定値から求めた重力加速度 $a / \sin \theta$			
			①	②	③	④	①	②	③	④
3.4cm	0.034	0.33	0.20	0.20	0.19	0.20	5.8	6.0	5.7	5.9
6.8cm	0.068	0.67	0.43	0.45	0.44	0.47	6.3	6.6	6.5	6.9
10.2cm	0.102	1.00	0.61	0.65	0.76	0.77	6.0	6.4	7.5	7.6



ア. 金属球の大きさによる違いは認められない。もっと極端に大きさの違うもので比べて、加速度が変化しないことを確認する必要がある。

イ. 斜面の角度 θ が大きくなるほど（高さ h が大きいほど）測定値から計算した重力加速度 g が 9.8m/s^2 に近付いている。

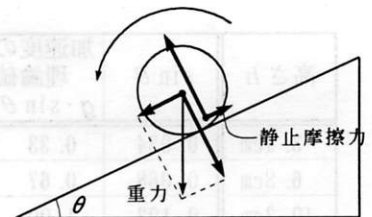
ウ. 斜面の角度 θ が大きくなるほど、ストップウォッチと電子計数装置の測定値に開きがでてくる。これは θ が大きくなるにつれて球の落ちる速度が大きくなり、ストップウォッチを押すタイミングのずれ等の人為的誤差が影響しやすいためだと考えられる。ガリレオが実際に行った実験 ($l = 6 \sim 7\text{m}$, $h = 0.5 \sim 1\text{m}$) での落下時間は最も速い場合でも、我々の行った高さ 3.4cm の場合と同程度なので人為的誤差はそれほど無かったと思われる。たとえば、水時計であっても十分に測定ができたのだと思う。

7. 発展

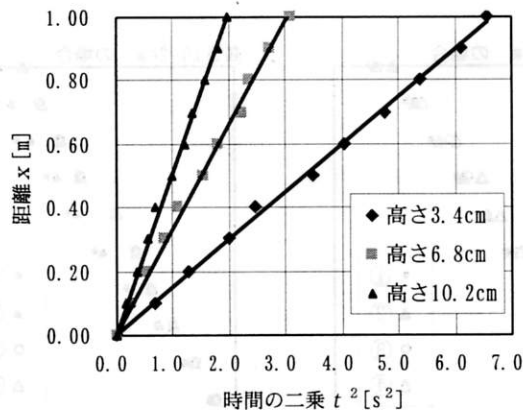
(1) 今回はガリレオが使った装置よりもかなり小さいもので行ったが、同じようなスケールで行い、時間の測定も水時計を使う。

(2) 測定値から計算した重力加速度の大きさは実際の値とはずいぶん違う。この運動は斜面に沿って移動する運動と回転運動の両方を考えなければならないからである。

そこで回転運動を考えなくてもよいように球体の代わりに力学台車を使って実験した。



距離と時間の二乗の関係



力学台車（質量500g）による測定結果

（加速度の単位は m/s^2 ）

高さ h	$\sin \theta$	加速度の理論値 $g \cdot \sin \theta$	$x-t^2$ 図の傾き	加速度	重力加速度
3.4cm	0.034	0.33	0.149	0.30	8.8
6.8cm	0.068	0.67	0.328	0.66	9.7
10.2cm	0.102	1.00	0.511	1.02	10.0

高さ 3.4cm 以外ではほぼ正確な重力加速度の値が得られた。

8. 参考文献

教科書「高等学校 物理Ⅱ 改訂版」（啓林館）