

1. 空気中を落下する発砲スチロール球の運動

1. 目的

空気中を落下する発砲スチロール球について、質量や直径、気圧を変化させることによりどのような落下運動となるか調べる。

2. 準備

発砲スチロール球（直径9.4mm、直径15mm、直径20mm、直径25mm、直径30mm、直径35mm）、おもり用の釘及びワッシャー、デジタルビデオカメラ、テレビ、パーソナルコンピュータ、デジタルビデオ制御ソフトウェア、真空ポンプ、アクリルパイプ（長さ約2m、内径35mm）、ゴム栓、排気盆、圧力計（気体用）、温度計、落下装置用コイル及びコンデンサ、スイッチ、乾電池、導線、鉄製スタンド、自在バサミ、ものさし、電子上皿天秤

3. 方法

- (1) 直径4mmのボルトにホルメット線を約200回巻き付けてコイルにし、これをゴム栓に刺して固定し、落下装置を作成する。コイルの両端にコンデンサを並列に接続し、ボルトの磁化防止回路とする。
- (2) 直径9.4mmの発砲スチロール球が落下する様子を、ビデオカメラで撮影する。
- (3) コマ送りしながら再生し、時刻（1コマあたり1/30秒間隔）とディスプレイ上の発砲スチロール球の位置を記録し、区間ごとの速さを求める。
- (4) 発砲スチロール球に釘を刺し込んで質量を変化させ、(2)(3)の方法で落下距離100cm付近より下での区間ごとの速さを求める。
- (5) アクリルパイプ内の気圧を減圧し、それぞれの気圧下で直径9.4mmおよび15mm発砲スチロール球を落下させる。(2)(3)の方法で落下距離100cm以降での区間ごとの速さを求める。
- (6) 直径の異なる発砲スチロール球を用いて、(2)(3)の方法で落下距離200cm以降での区間ごとの速さを求める。

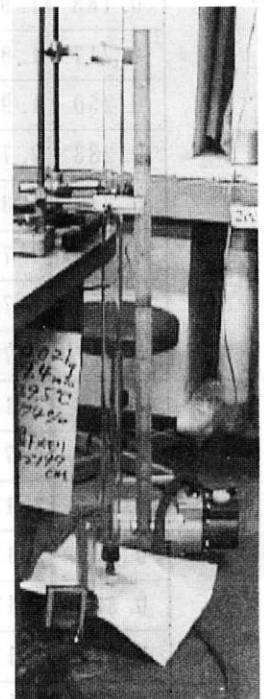


図1 装置の概要

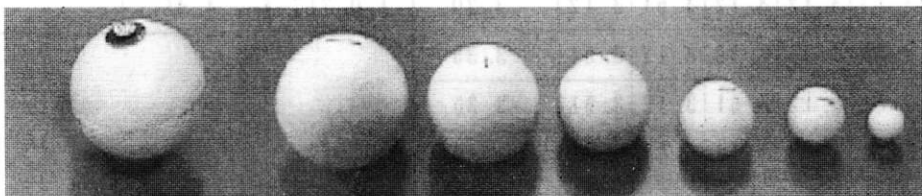


図2 大きさの異なる発砲スチロール球及び釘を取り付けた様子

4. 結果と考察

(1) 球の質量と落下速度の変化

直径9.4mmの発泡スチロール球を気圧998hPa中で落下させた。質量0.021gで5回実験し、各時刻の速さ(平均値)を求めた(表1)。次に、発泡スチロール球に釘やワッシャーを取り付けることで質量を変化させ、5回実験して各時刻の速さ(平均値)を求めた(表2)。

表1 質量0.021gの球の各時刻における速さ

時刻[s]	区間ごとの速さ[m/s]					速さ[m/s] (平均値)
	1回	2回	3回	4回	5回	
0	0	0	0	0	0	0
0.017	0.58	0.58	0.58	0.31	0.39	0.49
0.050	0.78	0.78	0.39	0.78	0.78	0.70
0.083	0.78	0.78	1.17	0.78	1.17	0.94
0.117	1.17	1.56	1.17	1.17	1.56	1.33
0.150	1.56	1.56	1.56	1.56	1.56	1.56
0.183	1.95	1.56	1.56	1.56	1.56	1.64
0.217	1.95	1.95	1.95	1.95	2.34	2.03
0.250	1.95	2.34	2.34	2.34	1.95	2.18
0.283	2.73	2.34	2.34	2.34	2.73	2.50
0.317	2.34	2.34	2.34	2.34	2.34	2.34
0.350	2.73	2.73	2.73	2.34	2.73	2.65
0.383	2.73	2.73	2.73	3.12	2.73	2.81
0.417	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73	2.73
0.450	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12
0.483	2.73	3.12	3.12	2.73	3.12	2.96
0.517	3.12	3.12	2.73	3.12	3.12	3.04
0.550	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12
0.583	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12	3.12
0.617	3.12	3.12	3.12	3.51	3.12	3.20
0.650	3.12	3.12	3.51	3.12	3.12	3.20
0.683	3.12	3.12	3.12	3.12	3.51	3.20
0.717	3.12	3.12	3.12	3.51	3.12	3.20
0.750	3.51	3.51	3.12	3.12	3.51	3.35
0.783	3.51	3.12	3.51	3.12	3.51	3.35
0.817	3.12	3.12	3.12	3.51	3.51	3.28
0.850	3.51	3.51	3.12	3.12	3.12	3.28

表2 球の質量と各時刻における速さ

質量	0.044g	0.083g	0.125g
時刻[s]	速さ[m/s]	速さ[m/s]	速さ[m/s]
0	0	0	0
0.017	0.45	0.70	0.78
0.050	0.86	0.86	1.01
0.083	1.09	1.09	1.25
0.117	1.40	1.56	1.72
0.150	1.64	1.72	1.87
0.183	2.11	2.11	2.26
0.217	2.42	2.42	2.57
0.250	2.34	2.73	2.89
0.283	2.73	2.96	3.12
0.317	3.04	3.28	3.43
0.350	2.89	3.43	3.67
0.383	3.51	3.35	3.90
0.417	3.59	3.98	4.37
0.450	3.59	4.13	4.45
0.483	3.82	4.21	4.52
0.517	3.98	4.45	5.06
0.550	4.06	4.52	4.91
0.583	4.21	4.76	5.37
0.617	4.13	4.83	5.22
0.650	4.29	4.83	
0.683	4.29		
0.717	4.45		

図3 直径9.4mmの球の落下速度の時間変化

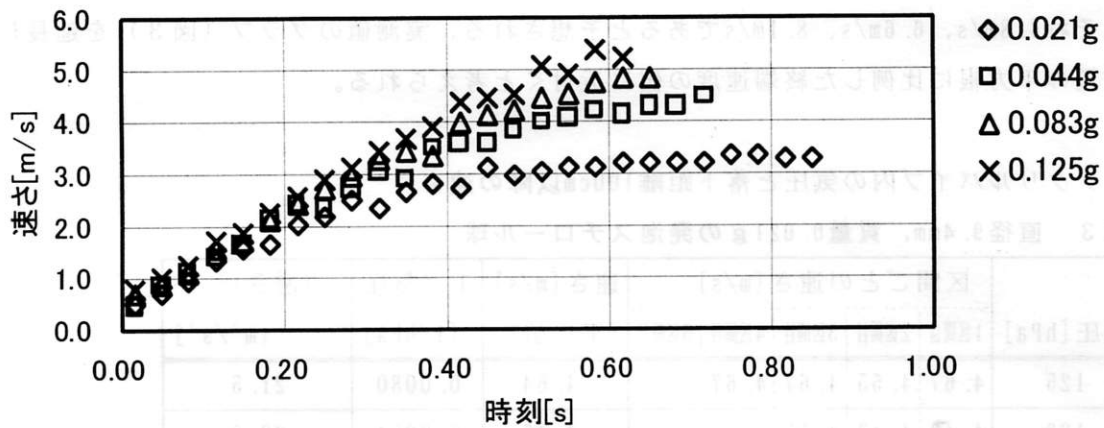
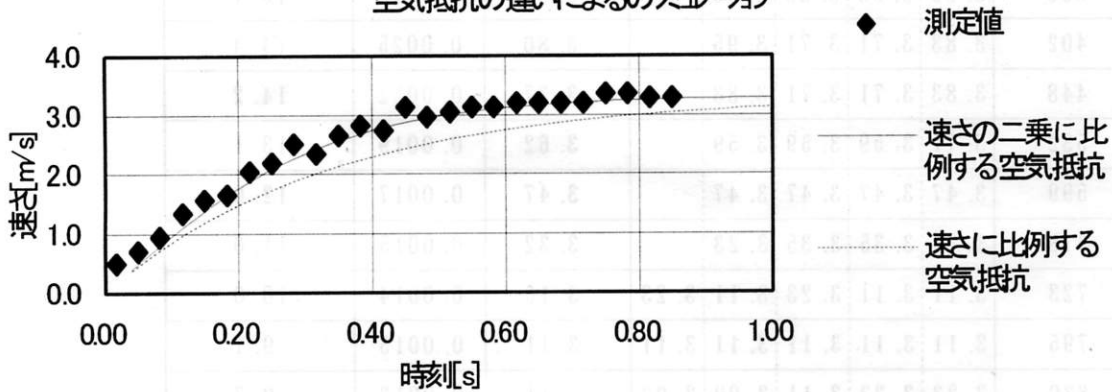


図4 質量0.021gの球の速度の測定値と
空気抵抗の違いによるシミュレーション



質量とともに、発泡スチロール球の速さは増加し、質量0.044g以降では終端速度に達していると判断できなかった。球の質量 m 、重力加速度 g 、速さ v のときの加速度 $\frac{dv}{dt}$ とすると、比例定数をそれぞれ k 及び k' として

$$m \frac{dv}{dt} = m g - k v \quad \dots\dots ①$$

空気抵抗が速さに比例する場合、

$$v = \frac{m g}{k} (1 - e^{-\frac{k}{m} \cdot t}) \quad \dots\dots ②$$

これを解いて

$$m \frac{dv}{dt} = m g - k' v^2 \quad \dots\dots ③$$

空気抵抗が速さの二乗に比例する場合、

$$v = \sqrt{\frac{m g}{k'}} (1 - \frac{2}{1 + e^{\sqrt{\frac{k' g}{m}} \cdot t}}) \quad \dots\dots ④$$

これを解いて

質量0.021gの場合、重力加速度 9.8 m/s^2 、終端速度を 3.3 m/s として k 及び k' の値を計算すると

$$k = 6.2 \times 10^{-5} [\text{kg/s}] \quad \text{及び} \quad k' = 1.9 \times 10^{-5} [\text{kg/m}]$$

となり、②および④の式に各値を代入し、表計算ソフトExcelを用いて時刻と速さのグラフ(図4)を作成した。各時刻の速さの測定値は、速さの二乗に比例する空気抵抗力がはたらく場合の計算結果とほぼ一致した。

また、質量0.044g、0.083g、0.125gの終端速度は①式の場合は質量に比例して、それぞれ6.9m/s、13m/s、20m/sに近付くことが予想される。③式の場合は、質量の平方根に比例し、それぞれ4.8m/s、6.6m/s、8.1m/sであると予想される。実測値のグラフ(図3)を延長した場合、質量の平方根に比例した終端速度の値に近付くと考えられる。

(2) アクリルパイプ内の気圧と落下距離100cm以降の速さ

表3 直径9.4mm、質量0.021gの発泡スチロール球

気圧 [hPa]	区間ごとの速さ [m/s]					速さ [m/s] (平均値)	1 / 気圧 [1/hPa]	(速さ) ² [m ² /s ²]
	1区間目	2区間目	3区間目	4区間目	5区間目			
125	4.67	4.55	4.67	4.67		4.64	0.0080	21.5
186	4.43	4.43	4.55			4.47	0.0054	20.0
220	4.19	4.19	4.43			4.27	0.0045	18.2
234	4.19	4.31	4.31	4.43		4.31	0.0043	18.6
356	3.95	3.83	3.83	3.95		3.89	0.0028	15.1
402	3.83	3.71	3.71	3.95		3.80	0.0025	14.4
448	3.83	3.71	3.71	3.83		3.77	0.0022	14.2
532	3.71	3.59	3.59	3.59		3.62	0.0019	13.1
599	3.47	3.47	3.47	3.47		3.47	0.0017	12.0
678	3.35	3.35	3.35	3.23		3.32	0.0015	11.0
723	3.11	3.11	3.23	3.11	3.23	3.16	0.0014	10.0
795	3.11	3.11	3.11	3.11	3.11	3.11	0.0013	9.7
830	3.23	3.23	3.11	2.99	2.99	3.11	0.0012	9.7
901	3.11	2.99	3.11	2.99	2.99	3.04	0.0011	9.2
930	2.99	2.99	2.99	2.87	2.99	2.97	0.0011	8.8
961	2.99	2.87	2.87	2.87	2.87	2.89	0.0010	8.4
998	2.87	2.87	2.75	2.75		2.81	0.0010	7.9

図5 終端速度と気圧の関係(直径9.4mmの球)

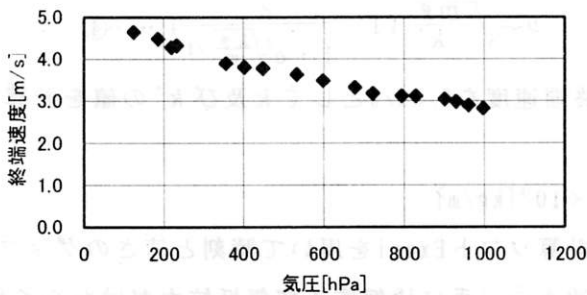


図6 終端速度と気圧の関係(500hPa以上)

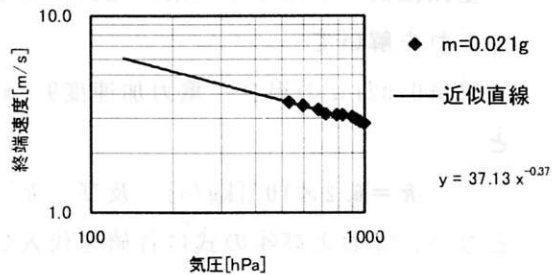


表4 直径15mm、質量0.059gの発泡スチロール球

気圧 [hPa]	区間ごとの速さ [m/s]					速さ [m/s] (平均値)	1 / 気圧 [1/hPa]	(速さ) ² [m ² /s ²]
	1区間目	2区間目	3区間目	4区間目	5区間目			
119	5.01	5.12				5.07	0.0084	25.7
174	4.80	4.80				4.80	0.0057	23.0
281	4.39	4.28	4.18			4.28	0.0037	18.3
369	4.07	4.07	4.07			4.07	0.0027	16.6
472	3.86	3.76	3.76			3.79	0.0021	14.4
548	3.55	3.55	3.66			3.59	0.0018	12.9
638	3.34	3.45	3.45			3.41	0.0017	11.6
733	3.13	3.24	3.24	3.13		3.19	0.0014	10.2
806	3.13	3.03	3.13	3.03		3.08	0.0012	9.5
867	3.13	2.92	2.82	2.82		2.92	0.0012	8.5
871	2.92	3.03	2.92	3.03		2.98	0.0011	8.9
997	2.91	2.83	2.78	2.70	2.77	2.80	0.0010	7.8

図7 終端速度と気圧の関係(直径15mmの球)

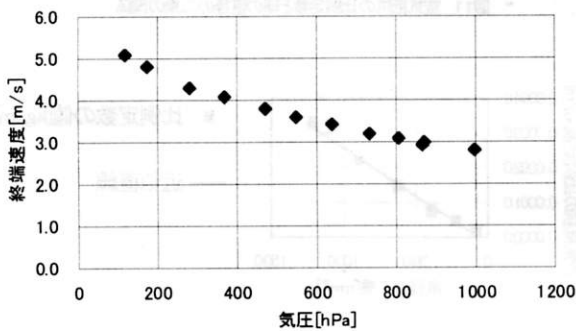


図8 終端速度と気圧の関係(400hPa以上)

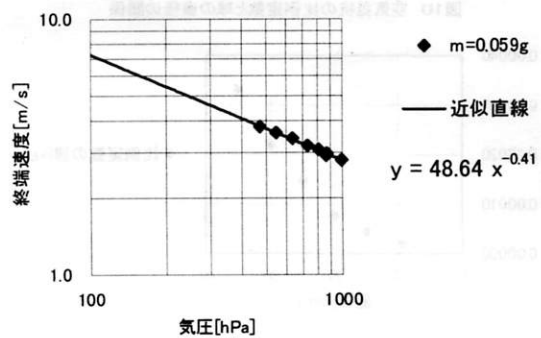
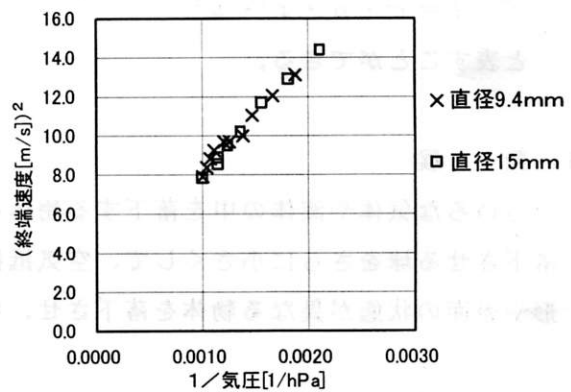


図5・図7のように終端速度の値は気圧が低いほど大きくなる。両対数グラフでは、500hPaを越える気圧あたりからデータが直線状に分布した。このデータを終端速度の二乗と気圧の逆数でグラフ化したのが図9である。

気圧が低い部分で、この関係から外れて終端速度が小さい方に分布するのは、①空気抵抗力の比例定数が小さく、十分に終端速度に達していないデータである可能性があること、②気圧を低くした分だけ、発砲スチロール球が膨張して、終端速度が小さくなった可能性があること、が考えられる。

図9 終端速度の二乗と気圧の逆数の関係(400hPa以上)



(3) 空気抵抗の比例定数と発泡スチロール球の直径の関係を調べる。

直径9.4mm～35mmの発泡スチロール球を、大気圧1011hPa、気温29℃において落下させ、落下距離200cm以降での速さを5回ずつ測定した。どの発砲スチロール球も、時間によらずほとんど一定の速さとなり、終端速度に達していると考えることができ、表5の速度となった。

(1)の結果より、発泡スチロール球にはたらく空気抵抗力が、速さの二乗に比例すると仮定して、終端速度と球の質量及び重力加速度を用いて空気抵抗の比例定数 k' を求めた(表5)。

空気抵抗の比例定数と球の直径及び空気抵抗の比例定数 k' と球の直径の二乗の関係を示したグラフが図10及び図11である。

表5 球の直径と空気抵抗の比例定数の計算値

直径 [mm]	質量 [g]	終端速度 [m/s]	比例定数の値 k' [kg/m]	直径の二乗 [mm ²]
9.4	0.021	3.40	0.000018	88
15	0.059	3.67	0.000043	225
20	0.120	3.98	0.000074	400
25	0.323	4.68	0.000145	625
30	0.537	4.91	0.000218	900
35	0.849	5.04	0.000328	1225

図10 空気抵抗の比例定数と球の直径の関係

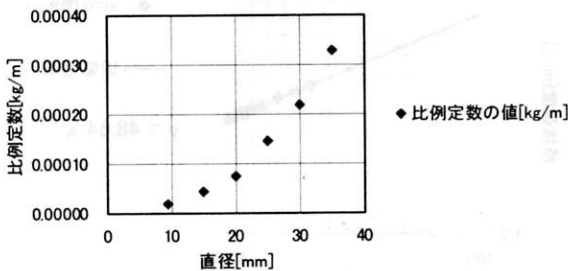
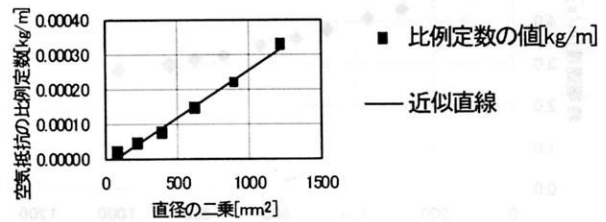


図11 空気抵抗の比例定数と球の直径の二乗の関係



(1)(2)(3)の結果より、空气中を落下する発砲スチロール球にはたらく空気抵抗力 f は、球の速さ v の二乗、球の半径 r の二乗、球のまわりの気圧 ρ に比例し、比例定数を c とすると

$$f = c \cdot \rho \cdot r^2 \cdot v^2$$

と表すことができる。

5. 発 展

いろいろな気体や液体の中を落下する物体について、抵抗力のはたらき方を調べる。落下させる球をさらに小さくして、空気抵抗力が速さとどんな関係があるか調べる。形や表面の状態が異なる物体を落下させ、空気抵抗力の比例定数がどのように異なるか調べる。

6. 参考文献

力学 I 原島 鮮 著 裳華房