

中学校 数学

全国学力・学習状況調査の結果から

関係や法則を文字式で表すことや証明の必要性和意味を理解することなど、これまでの調査で示された課題

「A 数と式」の領域

・関係や法則などを式に表現したり、式の意味を読み取ったりすること

「B 図形」の領域

・証明の必要性和意味を理解すること

「C 数量関係」の領域

・具体的な事象における2つの数量の関係を捉える方法を理解し、変化や対応を調べる

「D 資料の活用」の領域

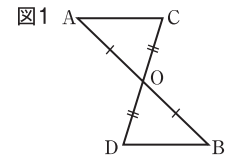
・資料の傾向を的確に捉え、事柄の特徴を数学的に説明すること

過去の調査と比較して、「具体的な事象における数量の関係を捉え、方程式をつくること」などについては改善状況が見られる一方、依然として課題が見られるものがあります。

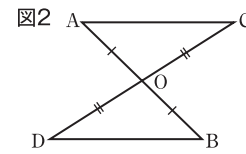


例えば、A[8]の問題で、33.1%の生徒(イ、ウ、エのいずれを選択した生徒)が、「証明をするためにかけられた図は、すべての代表として示されている図であることを」理解していません。

A[8] 線分ABと線分CDがそれぞれの中点Oで交わっています。このとき、AC=BDとなることを、ある学級では、右の図1をかいて証明しました。



この証明をしたあと、図1と形の違う図2をかいて、同じようにAC=BDとなるかどうかを考えてみたところ、下のアからエまでのような意見が出ました。正しいものを1つ選びなさい。



- ア 図2の場合も、AC=BDであることは、すでに前ページの証明で示されている。
- イ 図2の場合は、AC=BDであることを、改めて証明する必要がある。
- ウ 図2の場合は、AC=BDであることを、それぞれの辺の長さを測って確認しなければならない。
- エ 図2の場合は、AC=BDではない。

生徒の解答類型別の反応率を見てみると、……

解答類型	反応率(%)	正答
アと解答しているもの	65.8	◎
イと解答しているもの	25.0	
ウと解答しているもの	5.4	
エと解答しているもの	2.7	
上記以外の解答	0.0	
無解答	1.2	

一定の事柄が成り立つ理由や予想した事柄を数学的な表現を用いて説明することに課題



数学的な表現を用いて説明する問題(数学Bにおける「記述式」の問題)の平均正答率は35.6%。過去の調査からも、同様の課題が報告されています。

本年度の調査では、……

問題番号	正答率(%)	備考
B[1](3)	26.0	判断の理由の説明
B[2](1)	44.7	判断の理由の説明
B2	47.0	事実・事柄の説明
B[3](2)	34.8	方法の説明
B[4](1)	37.7	判断の理由の説明
B[5](2)	29.0	判断の理由の説明
B[6](3)	30.0	判断の理由の説明
平均	35.6	

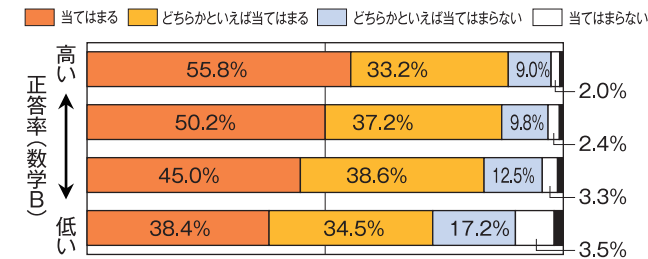
過去の調査でも、……

- 平成19年度 正答率52.1%(悉皆)
- 平成20年度 正答率42.0%(悉皆)
- 平成21年度 正答率46.5%(悉皆)
- 平成22年度 正答率39.0%(抽出)
- (平成23年度は中止)
- 平成24年度 正答率38.1%(抽出)

しかし、普段の数学の授業において、70%以上の生徒が、問題の解き方や考え方を分かるようにノートに書くことを意識しています。



数学の授業で問題の解き方や考え方が分かるようにノートに書いていますか



数学的な表現を用いて説明する力を育むために、次のような視点から見直しましょう。

「何を説明するのか」「どのように説明するのか」を明確にした上で説明する指導を行っていますか。 → **ポイント1へ**

説明を読んで評価・改善したり、新たな性質を見いだしたりする学習活動を位置付けていますか。 → **ポイント2へ**

指導改善のポイント

ポイント1 「何を説明するのか」「どのように説明するのか」を明確にした上で説明する指導を行いましょう。

数学の説明には、事柄や事実の説明*、方法の説明**、判断の理由の説明***があります。例①~③参照

- 事柄や事実の説明(例①)では、……
「～(前提あるいは根拠となる事実)～は、…(結論)…である。」
- 方法の説明(例②)では、……
「～(用いるもの)～を用いて、…(用い方)…する。」
- 判断の理由の説明(例③)では、……
「～(根拠)～であるから、…(説明すべき事柄)…である。」

各説明に含まれるべき内容を確認し、「何を説明するのか」「どのように説明するのか」を明確にして、数学的な表現を用いて説明する活動を位置付けましょう。



- * 事柄や事実の説明…予想した事柄を数学的な表現を用いて説明する
- ** 方法の説明…問題解決の方法を数学的な表現を用いて説明する
- *** 判断の理由の説明…事柄が成り立つ理由を説明する

例②

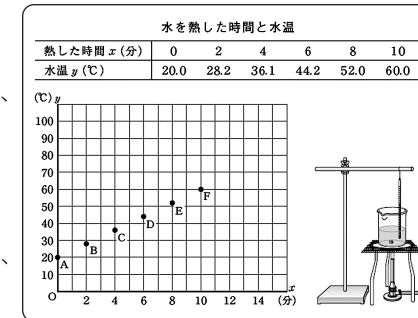
B[3](2) 方法の説明

【問題の概要】

与えられた表やグラフを用いて、水温が80℃になるまでにかかる時間を求める方法を説明する。

【解答】

- 「 y を x の1次関数の式で表し、その式に $y=80$ を代入し、 x の値を求める。」
- ×「AとFのデータを用いて、 y を x の1次関数の式で表せばよい。」
- ×「 $y=80$ を代入して x の値を求める。」



「用いるもの」と「用い方」両方を指摘

例①

B2 事柄や事実の説明

命題の形で表現を

【問題の概要】

2けたの自然数と、その数の十の位の数と一の位の数を入れかえた数との和について予想した事柄を表現する。

【解答】

- 「2けたの自然数と、その数の十の位と一の位の数を入れかえた数の和は、11の倍数になる。」
- ×「もとの2けたの自然数の、十の位の数と一の位の数の和の11倍になる。」

例③

B[5](2) 判断の理由の説明

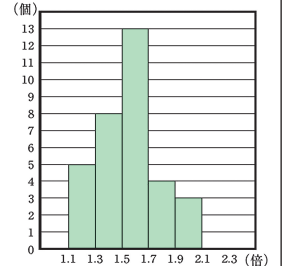
【問題の概要】

ヒストグラムの特徴を基に、学級の生徒が美しいと思う長方形についてわかることを説明する。

【解答】

- 「ヒストグラムでは、1.5倍以上1.7倍未満の階級の度数がすべての階級の中で最も大きく、しかもその度数が飛び抜けているから、学級の多くの生徒が美しいと思う長方形は、長い辺の長さが短い辺の長さの1.5倍以上1.7倍未満のものである。」
- ×「学級の生徒が美しいと思う長方形は、1.5倍以上1.7倍未満である。」

図2 長方形の分布(割合)



根拠を明確に
この場合はヒストグラムの特徴が根拠

ポイント2 説明を読んで評価・改善したり、新たな性質を見いだしたりする学習活動を充実しましょう。

飛躍や曖昧さが無い説明になるよう評価・改善しましょう。

不十分な説明に対し、根拠を明らかにした説明に書き直させる活動を基にして、説明に必要な条件を生徒たちに意識付けることが大切です。そのためにも、意図を明確にした教師の発問が大切です。例えば、…



- 「 $(n+1)^2$ や n^2 は何を意味していますか。」
- 「なぜ、 $2n+1$ を $n+(n+1)$ の形にしたのですか。」
- 「結論を文章で書きましょう。」

命題に含まれない新たな性質の発見をしましょう。



与えられた問題を説明(証明)するだけでなく、説明(証明)した後、その説明(証明)を読み、問題を発展的に考える活動を取り入れていくことも大切です。

「明さんの計算結果を見ると、差はすべて3の倍数になっています。差はいつでも3の倍数になりますか。」
「 $n+(n+1)$ に変形する前の式 $2n+1$ を見ると、別の結論が導けそうです。どのような結論を導くことができますか。」

明さんは、連続する2つの整数の大きいほうの数の2乗から小さいほうの数の2乗をひいた差はどんな数になるかを考えています。

$$5^2 - 4^2 = 9$$

$$14^2 - 13^2 = 27$$

$$(-7)^2 - (-8)^2 = -15$$

明さんは、これらの結果から、連続する2つの整数の大きいほうの数の2乗から小さいほうの数の2乗をひいた差は連続する2つの整数の和になると予想しました。この予想は正しいですか。

$$(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2$$

$$= 2n + 1$$

$$= n + (n + 1)$$

小さいほうの整数を n とすると、大きいほうの整数は $n+1$ と表せる。このとき大きいほうの数の2乗から小さいほうの数の2乗をひいた差は、

$$(n+1)^2 - n^2 = n^2 + 2n + 1 - n^2$$

$$= 2n + 1$$

$$= n + (n + 1)$$

よって、連続する2つの整数で、大きいほうの数の2乗から小さいほうの数の2乗をひいた差は連続する2つの整数の和になる。