

## 理数科「課題研究」の取組

岐阜県立加茂高等学校 全日制課程 本郷校舎

### 1 本校の概要

本校は平成 19 年 4 月に加茂高校と白川高校が統合して新しい「加茂高校」としてスタートした。設置学科は全日制普通科、全日制理数科、定時制普通科（単位制）である。

理数科の設置は昭和 47 年である。歴史的にも加茂高等学校の柱となる学科で、理科 3 科目を学習し、課題研究、SPP（サイエンスパートナーシッププロジェクト）などの活動を通して、科学的な思考力をもった生徒を育成している。

### 2 課題研究のねらい

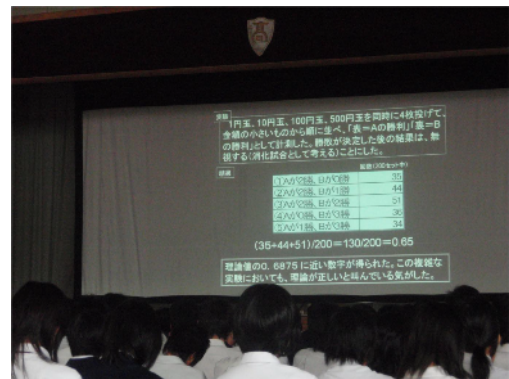
理科・数学に関する問題・疑問に対して、実験・観察・研究等の計画立案とその実施、データ整理、研究報告書の作成の過程を通して科学的に探究することにより、資料文献の調査方法、科学的思考力、問題解決能力、実験技術、実験結果の整理法、科学的表現力を身に付けるとともに、原理・法則をより深く理解することをねらいとしている。

### 3 課題研究の進め方、方法

課題研究の本格的な実施は 2 年生の後期である。まず、全体的なガイダンス及び各科目のガイダンスを授業時間と放課後の時間を使って実施する。その後、最も興味のある科目と分野を 1 つ決め、同様のテーマのものが集まりグループを作る。1 グループは原則 4 ～ 6 人であるが、1 人で研究を進めることもある。

11 月に研究テーマの案を各科担当教員に提出し、実施の可能性を含め検討した後、具体的な実験・実習・研究計画を提出する。その後研究を開始する。授業時間内に実施できるのは 12 月の 5 時間のみで、放課後や休みを利用して研究を進める。3 月に研究報告書を完成させる。3 月下旬にすべてのグループの課題研究ミニプレゼンテーションを実施する。この中から選ばれた 8 グループが、3 年生 5 月に開かれる課題研究報告会において発表する。

数学分野の研究方法は、テーマ決定の後、文献やインターネットによる調査、実験、コンピュータを利用したシミュレーション等により研究をすすめ、結果を報告書にまとめる。あわせてプレゼンテーションも作成する。グループで共同研究を進める例が多いが、大きな研究テーマをグループの各生徒が分担して研究する場合もある。



課題研究報告会

### 4 課題研究数学分野のテーマ

平成 12 年度（2000 年度）から、それ以前の物理分野、化学分野、生物分野、地学分野の研究に加えて、数学分野の研究が始まった。

平成 12 年度以降の各分野の件数と比率は、次のとおりである。（平成 19 年度まで）

	物理分野	化学分野	生物分野	地学分野	数学分野	情報分野	計
件数	46	53	30	15	20	1	165
%	27.9%	32.1%	18.2%	9.1%	12.1%	0.6%	100.0%

また、これまでの数学分野のテーマは次のとおりである。

- ・「確率を確かめる」 (H19)
- ・フィボナッチ数列 (H19)
- ・コンパスの極み (H18)
- ・黄金比 (H17)
- ・n進数の世界に浸る (H17)
- ・三角関数を含む方程式の表すグラフ (H16)
- ・方程式の解について(複素係数2次方程式の解の公式)(H16)
- ・ベクトル(空間図形) (H16)
- ・美濃加茂市の人口の重心 (H16)
- ・パラドックス (H15)
- ・媒介変数表示と極方程式 (H15)
- ・空気抵抗と斜方投射 (H15)
- ・微積分(学問としてのピセキ)(H15)
- ・確率 (H15)
- ・数学以外の分野で使われる数学 (H14)
- ・日常生活における2進法の応用例 (H13)
- ・「フェルマーの夢」 (H12)
- ・「ゲーム必勝法を探せ！」 (H12)
- ・ベクトル (H12)
- ・確率 (H12)

これまでの研究内容は、数学理論の研究、日常生活と数学の関わりの研究、コンピュータを利用した研究、数学の歴史に関わる研究など様々であるが、研究が2年生の秋・冬であるため、2年前期に学習した内容に関連する分野の研究が比較的多く、学習を始めたばかりの微分・積分に関する内容は少ない。

また、平成19年(2007年)から、情報分野の研究も始まった。テーマは「検索エンジンの研究と製作」である。

## 5 課題研究数学分野の内容

課題研究数学分野の内容(要約)を紹介する。

### (1) 「確率を確かめる」

1年生で条件のある確率について学び、様々な問題の確率を計算によって理論値を求めたが、「この計算で求めた確率が本当なのかどうか」という疑問をもち、課題研究のテーマとした。実際に行うとどうなるのかを確認するために、「残りものには、福がある確率」「AとBが同じゲームを何度も繰り返しBが3勝する前にAが2勝する確率」など、5つの問題について、実際に投げたり、くじを引いたりして、その記録を残し、計算で求めた確率と比較した。

### (2) フィボナッチ数列

フィボナッチ数列  $\{a_n\}$  の一般項を、漸化式を解き求めた。また、フィボナッチ数列の表から、「 $n$  が 4 の倍数のとき、 $a_n$  が 3 の倍数になる。」 $n$  が 5 の倍数のとき  $a_n$  は 5 の倍数になる。」という性質を見つけ、これを数学的帰納法を用いて証明した。また、本やインターネットで見つけた「フィボナッチ数列の隣り合う項の商は黄金比になっている」などの性質について考察した。

### (3) コンパスの極み

「定規とコンパスにより作図可能な点は、同時にコンパスのみにより可能か」について研究した。定規を一切用いないコンパスのみによる作図では、直線や線分が与えられる、もしくは逆にそれらを“描く”ということ、“直線や線分を特定する 2 点が与えられる、もしくは円と円の交点としてそれらを作図すること.” ととらえ、「反転」という考え方を用いることにより、定規を使って直線を引くことなく、コンパスを使って円を描き、点を移動させて、直線と直線の交点や直線と円の交点を作図する方法を得た。このことから、定規とコンパスによる作図は同時にコンパスのみで可能であることが明らかとなった。

### (4) $n$ 進数の世界に浸る

2 進数をはじめとする  $n$  進数についての基礎的な仕組みや計算方法を 1 年の情報の授業で学んだことで、今使っている数字が 10 進数であるということに気付き、今まであまりにも当たり前のように 10 進数を使ってきたことにより、2 進数のような全く別の世界の数が存在することに驚いた。 $n$  進数という未知の世界について自分たちで課題を掲げ、それを解明していった。

なぜ、「 $n$  進数」において「 $n = 1$ 」を認めていないのだろうか。考察の結果、「1 進数」は、非常に原始的で質素な記数法の形であり、現在行っているような計算や日常での使用を考えると、とてつもなく不便である。膨大な数の「1」を数えることは、間違いなく骨折り損である。 $n = 1$  を定義することができたとしても、他に比べて甚だしく実用性に乏しい。

$n$  進数を  $n$  進数の姿のまま、計算してみせようと思い、その能力の習得を試み、加減乗除を筆算で行った。次に考えたのは、 $n$  進数での「座標平面」「関数」に関する事柄である。当初、10 進数では見たこともないような、奇妙な曲線や式の一般形を期待していた。しかし、例えば 2 直線  $y = 2x_{(10)}$ ,  $y = 11x_{(2)}$  をそれぞれの属する進数の座標平面上に図示しても、両者の違いは皆無である。強いて言えば、座標軸の目盛りは完全に異なるものであるが、それ以外は、概形も傾きも通る点も、全て変わりはない。

10 進数で有限小数である  $0.2$  は、2 進数に直すと循環してしまう ( $0.2_{(10)} = 0.0011_{(2)}$ )、ある面意外なこの結果を不思議に思い、このような「循環する有限小数」の解明を目標に、循環小数について考えていくことにした。「2 進数において循環する 10 進数の分数」を『2 進循環数』と呼ぶこととした。

研究を進める中、コンピュータの神話を覆す事実を目の当たりにした。コンピュータが人間の手によって、見事にだまされ、計算ミスをしてしまう。とても信じ難いこの事実について、詳細に解明・分析していった。

ここまで原因解明から応用まで考えることができたのは、 $n$  進数での諸計算、「2 進循環有限数 RF」の数式表現、更にコンピュータに関する知識などさまざまな要素について、発見し理解を積み重ねてきたことによるものである。

### (5) ベクトル (空間図形)

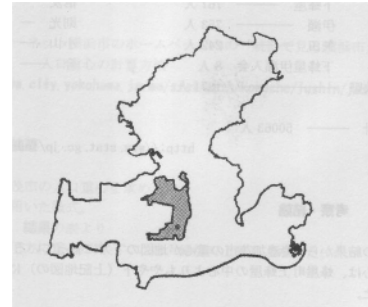
	A	B	C	D
2	A	B	A-B=1?	RF
3	64.1	63.1	×	0.1
4	4096.1	4095.1	×	0.1
5	8.2	7.2	×	0.2
6	512.2	511.2	×	0.2
7	128.3	127.3	×	0.3
8	16.4	15.4	×	0.4
9	1024.4	1023.4	×	0.4
10	256.6	255.6	×	0.6
11	8192.7	8191.7	×	0.7
12	32768.8	32767.8	×	0.8
13	262144.9	262143.9	×	0.9
14	8.28	7.28	×	0.28
15	8.12	7.12	×	0.12
16	32.056	31.056	×	0.056
17	64.0006	63.0006	×	0.0006
18	512.01875	511.01875	×	0.01875
19	256.0112	255.0112	×	0.0112
20	128.0048	127.0048	×	0.0048

コンピュータが計算ミスをした例と RF

地層に関する地学の入試問題を、空間ベクトルを使って解くことを行った。たとえば、「A地点地下10mの地層、A地点から30m南のB地点地下40mの地層、A地点から90m東のC地点地下100mの地層が一致している。この地層を地面に平行に切ってみるとどの方向に向かっているか？」を空間ベクトルの問題「 $xyz$ 空間において点 $P(0,0,-1)$ 、点 $Q(3,0,-4)$ 、点 $R(0,9,-10)$ を通る平面 $PQR$ と、 $xy$ 平面との交線の方程式を求め、交線の方程式と $y$ 軸とのなす角を求めよ。」に置き換えて解を求めた。

(6) 美濃加茂市の人口の重心

メッシュデータを利用した人口重心の計算により、美濃加茂市46町の丁目ごと(95地区)の人口をもとに計算を行った。その結果、美濃加茂市の人口重心が美濃加茂市南部の蜂屋町上蜂屋の中心よりやや南にあることがわかった。



美濃加茂市の人口重心

(7) 空気抵抗と斜方投射

斜方投射では空気抵抗がないとき  $\theta = 45^\circ$  が一番よく飛ぶが、実際に空気抵抗があったら結果がどう変わるか、回転をかけたらどうなるのかななどを、十進BASICのプログラムによるシミュレーションで考察した。

(8) 日常生活における2進法の応用例

使用済みの鉄道磁気切符の裏に鉄粉をかけ、それをセロハンテープで写し取り、区間が同じで日付の違うものの磁気の違い、自動改札機を通す前と通した後の違いなどについて考察した。また、バーコードについて、点字と2進法の関係についても調べた。

## 6. まとめと今後の課題

数学理論の研究、日常生活と数学の関わりの研究、コンピュータを利用した研究、数学の歴史に関する研究などさまざまであるが、その研究結果には優れたものが何件もあり、通常の教科指導に活用できる。

次に今後の課題について述べる。

・研究時間の確保

本校では「総合的な学習の時間」を課題研究にあてておらず、授業時間内に十分な研究のための時間が確保されていない。次年度以降「総合的な学習の時間」を活用して、継続的な研究が可能となるような方法を検討している。

・研究方法と報告書の作成

数学分野の課題研究は、実験・観察を経て考察する理科の研究と違い、生徒が報告書をまとめる時点で困ることがある。与えられた項目に沿って述べていくことがなかなかできないため、構成を独自に考える必要がある。ある意味自由であるといえるが、数学を研究する際には、その点を含め「数学ならではの工夫」が求められる。

・先行研究の活用

本校での数学分野の課題研究の蓄積は多いとはいえ、理数科設置の他校の研究を参考にすることも多くないため、今後は優れた先行研究を活用する点でも改善が必要である。