平成19年度　岐阜県高等学校教育課程研究集会(数学部会) 発表要綱

平面図形(数学Ａ)分野の大学入試問題研究(今後の指導に生かすために)

岐阜県立大垣東高等学校

1. 本校の概要

本校は昭和 49 年に創立された全日制の学校である。「仰峯不屈」を校訓とし、社会のリーダーをめざすにふさわしい人間を育てることを教育目標としている。現在は、普通科と理数科を有し、３年生８クラス（普通科文系４クラス、普通科理系３クラス、理数科１クラス）、２年生７クラス（普通科文系４クラス、普通科理系２クラス、理数科１クラス）、１年生７クラス（普通科６クラス、理数科１クラス）という編制である。生徒総数は 885 名であり、大半の生徒が大学進学を希望している。平成 19 年３月卒業生 309 名の進路状況は、国公立大学進学者が 117 名、私立大学進学者が 156 名であった。

2. テーマ設定理由

現行の学習指導要領において、数学Ａではすべての単元を履修させることになっている。それに伴い、「平面図形」が大学入試においても必修になっている場合が多い。このことは、少なからず教える側に戸惑いを与え、本校でもこの単元の扱いが大きな課題となった。その一因に「この分野が大学入試でどのように取り扱われるのか」ということが、なかなか見えてこないことが挙げられている。そこで、現行課程対応入試の２年目を終えた段階で、入試問題を研究することにより、今後の本校の授業計画に役立てたいと考え、このテーマを設定した。

3. 本校における平面図形の取り扱い

平成１５年度と平成１６年度の１年生に対しては、「平面図形」は他の単元と同様に、教科書とその傍用問題集を用いて授業を展開してきた。その中で、特に証明問題になると、説明にかなりの時間を要することがあり、なかなか効率のよい授業展開ができなかった。また、証明問題に対して苦手意識の強い生徒が多く、その点からも必ずしも望ましい授業展開ではなかったといえる。そこで、３年前から「平面図形」の単元では、教科書とは別に、必要な定理とそれを活用する求値問題をまとめた補助教材を使用して、授業を展開している。この教材は、様々な図形の求値問題を解くことにより、必要な定理をより確実に定着できるように編集されている。その結果、教員側からは授業が進めやすく、生徒側からみても具体的に値が求まる(問題が解ける）ことから達成感も味わいやすいという点で、今のところ良好といえる。しかし、受験のことを考えると、この指導だけで十分だとはいえない。来年度は、この指導法で学んできた生徒が受験生となる。その意味においても、ここで「平面図形」の入試問題を分析し、これからの受験指導に生かすことは大切であると考えている。

4. 研究内容･方法

現行課程対応の２年分の入試問題のうち、その出題内容の主たる部分が、数学Ａ「平面図形」の

範囲であるものを調べ、その出題傾向の把握に努めた。

具体的方法としては、出題された問題が、証明問題なのか求値問題なのかに留意し、どの定理(性質)を利用したものかを調べ上げた。さらに、平面図形の場合は、「補助線」がその解法のポイントとなることが多いため、その「補助線」の必要性の有無についても考察した。そして、これらの観点で調べた結果を一覧表にまとめ、本校における平面図形の指導のあり方について検討した。

＊入試問題を調べるにあたっては、主に「全国大学数学入試問題詳解【聖文新社】」と「全国大学入試問題正解（数学)【旺文社】」を参考にした。また、出題内容の項目については、本校が使用している教科書「改訂版　数学Ａ【数研出版】」に基づき分類を行った。

5. 分析結果

現行課程入試１年目と比較すると、２年目は旧課程受験生に対する配慮も薄くなったためか、平面図形分野の出題が若干増えたようである。出題形式としては、国公立大学では証明させる問題もいくつか出題されているが、私立大学ではほとんどが求値問題として出題されている。出題の内容(どの定理や性質を活用させる問題なのか）については、サンプルとなる学校数が少なく、また、今回の研究では他分野との融合問題までは考察しきれていない点も考慮すれば、はっきりしたことはまだ述べられない。

なお、分析の過程において、純粋な幾何の証明問題であると思われる数題については、その詳しい内容を以下に挙げる。(問題は紙面の都合で割愛した。)

<2007 年度>

富山大学

(1)は円の半径が等しいことから、まずは三角形の合同を示す問題である。そして、合同な図形では対応する角度の大きさが等しいことを利用するのだが、これは中学の学習内容である。様々な大学の説明会に参加すると、今の学生は論証の能力が落ちている、また図形的センスが落ちてきているという話をよく聞く。大学側がこのような問題を出題するのは、そのことが一因なのかもしれない。実力の差が反映されやすい問題といえる。

京都大学

三角形の垂心・内心の知識に円周角の定理を組み合わせた問題である。解答例を見てしまうと難しくないようにも感じるが、案外方針が立てにくく、戸惑った受験生が多かったのではと思われる。現行課程の生徒は、中学校で三角形の「重心・外心・内心・垂心」を学んでおらず(一部の生徒は「発展学習」という形で学習しているようだが）これらは高等学校の学習内容である。先日も授業を行っていて、「重心・外心・内心・垂心」の区別ができない生徒が何名かいることに改めて気づき、そう思うと大学入試でこれらの知識を問うことは、必要なことなのかもしれないと痛感した。

鹿児島大学

(1)は当たり前に使っている事柄を証明する問題で、戸惑った受験生も多いだろう。また、(2)は、背理法で証明すると思われるが、これまた多くの受験生が苦手とする論法といえる。正答率は案外低かったのではないだろうか。

長崎県立大学
(1)と(2)は、平行線の同位角や円に内接する四角形の性質を活用する問題である。レベルは教科書の練習から傍用問題集程度であり、旧課程ならば、当時の中学生が学習する内容といえる。(3)は求値問題で方べきの定理を活用する練習をしておれば､その定理を利用して証明できると思われる。平面図形が得意な生徒なら、十分に完答が可能であり、先ほどの富山大学同様、実力の差が反映されやすい問題であろう。

<2006 年度>
新潟大学
(1)は三角形の辺と角の大小関係を用いる問題である。これも解答例を見れば、さほど難しさは感じられないが、この年は現行課程初年度入試ということで、このような出題に慣れていない受験生は戸惑ったのではないだろうか。(なお、旧課程履修者用として複素数平面の問題が選択として用意されていた。) 三角形の辺と角の大小関係を用いる問題は､図形と方程式との融合問題として 2007 年に北海道大学が出題している。(2)と(3)では､円周角の定理や三角形の合同を用いることとなり､純粋な幾何の問題といえる。別解としては、四角形ＡＢＣＤが円に内接していることに早く気づけば、トレミーの定理の利用も考えられる。（ただし、記述でこの定理を活用してよいのかは迷うところかもしれない。）

鹿児島大学
(1)については、2007 年の長崎県立大学の問題と同様、求値問題で方べきの定理を活用する練習をしておれば、その定理を利用して証明できると思われる。その他としては、中学で学習する｢中点連結定理」を活用する解法もある。「中点連結定理」を活用する証明問題は、2007 年に滋賀医科大学でも出題されており、平面図形を学習する上で、当然押さえておくべき内容といえる。その他としては、「円に内接する台形は等脚台形である」を利用する解法が考えられる。この性質は、受験生なら知っておくべき事柄だが、記述問題で当然のこととして活用してよいのかは迷うところかもしれない。(3)は、三角形の重心を用いたが、外心を利用した解法も考えられる。

6. 今後の課題
先ほども述べたように、サンプルとなる問題数が少なく、十分な分析ができていないのが実情である。しかしながら、今回の研究で最も痛感したことは「これが大学入試なの？」という問題がいくつか見られたことである。このことは、以前中学で学習していた内容が高校に移行したことが大きな理由であろう。そこで、高校では今一度、中学の学習内容をきちんを確認する必要があると感じた。そして、高校で平面図形を指導するには、まず今後必要となる図形の知識を確実に定着させる必要があり、その方法として、求値問題を中心に問題演習を重ねることが大切と考える。特に、本校においては、入学してくる生徒の実態と卒業後の進路を考えれば、今の指導法はおおむね妥当といえる。しかし、図形のおもしろさはやはり証明問題であると思われる。補助線一本で問題が解決できたり、様々な解決法を模索することは数学の醍醐味といっても過言ではない。10 年ほど前になるが、前任校において、角の二等分線と比に関する証明法を授業中に生徒に考えさせたことがある。すると、生徒は様々なところに補助線を引いては、いろいろな証明法を級友と熱心に模索した。その光景がとても印象深く、今でも私の心に残っており、このような実践を今後も続けていけ

たらと考えている。

それと、今回私が痛感したもう一つのことは「作図」の必要性である。今の生徒は、高校の授業を通じて、外心が外接円の中心、内接が内接円の中心ということは知っていても、それらの点を定規とコンパスを使って作図することは知らないようである。一般に、ある三角形が与えられたときに、外心や内心(外接円の中心や内接円の中心）をどうやって見つけるのだろうという疑問を抱くことは、自然なことといえる。ならば、その疑問に応えることも、先ほど述べた「図形のおもしろさ」を伝えるうえで、重要なことだといえる。また、このような作図の経験が、入試問題を解く上でも役立つかもしれない。例えば 2007 年の九州大学の問題では、３辺の長さが与えられた三角形を、コンパスを用いて作図した経験がないと難しいのではないだろうか。

このように、時にはコンパスを使った授業や、ある問題の証明をいろいろな切り口で考えさせることも大切なことといえる。具体的に手を動かせば数学を身近に感じることができ、様々な思考を知ることができれば数学の奥深さを知ることができよう。それらのことから「数学が楽しい」と１人でも多くの生徒が感じてくれたら、指導者としてこれ以上の喜びはないといえる。そして、これらの活動を通じて、より高く興味･関心を抱いてくれれば、これまたうれしいことである。その延長として、大学入試に向けた問題演習があると考えれば、より効果的な授業ができるかもしれない。そのようなことを念頭に置きながら、今後もこの研究を継続したいと考えている。