平成１６年度　岐阜県高等学校教育課程研究集会（数学部会）発表要旨

『中学入試問題と数列について』

岐阜県立羽島高等学校

1. 羽島高校について

大正１０年　羽島郡実科高等女学校として、羽島郡竹鼻町上城に設置
昭和２３年　学制改革により岐阜県立羽島高等学校と改称
昭和２９年　柳津分校設立
昭和４６年　創立５０周年記念式典挙行
昭和５６年　柳津分校閉校
平成１４年　創立８０周年記念式典挙行

本校の教育方針は校訓である『立志　好学　節度　勇健　想像』のもと、「心豊かでたくましく生きる人作りを目指し、知・徳・体の調和のとれた人間性豊かな生徒の育成に努める」です。

また、羽島市唯一の普通科高校であり男女比は５：９で、地元羽島市郡出身の生徒は５０％位です。

いわゆる進路多様校のため、入学してくる生徒の学力差が大きく、また基礎学力に欠けた生徒も一部入学して来るようになりました。そして、これらの生徒は概して学習意欲に乏しく、生活指導でも種々の問題を抱えています。しかし、真面目で一生懸命勉強し、何事にも積極的に取り組む生徒も多数います。

2. 本校の教育課程について

（１５年度入学生の教育課程表）

	標準	１年生	２年生		３年生		
	単位数	共通	文系	理系	文Ⅰ	文Ⅱ	理系
数学Ⅰ	4	3					2 ＊
数学Ⅱ	3		3	4	2	2	2
数学Ⅲ	3						4 ＊
数学A	2	2					
数学B	2			1	2		2
数学C	2						

理系の数学Bを除き、全ての教科・科目で３分割授業を実施

3. テーマ設定の理由

周期性・規則性を見つける教材として数列は大変適していると思います。

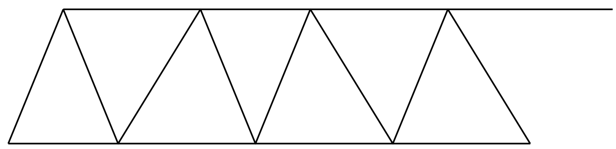
しかし、等差数列等を導入するとき、例えば『１から始めて、順に２を加えてできる数の列を等差数列といい、加える一定の数２を公差という』などのように、いかにも天下り式の定義では、本校生徒の生活実態や学力にマッチしていません。また、練習問題も公式をただ適用するような問題が多く、考えなければ解けない問題とか、筋道を立てて解かないと解けないような問題が少ないと思います。また、数列を自然数から実数への関数としてみる見方も指導したいと思いました。

特に、等差数列では、小学校で習う「植木算」の考えが根底にあります。そこで、本屋で小学校の参考書コーナーへ行き、目についた中学入試の本の中に数列があり、内容を見てみると、生徒に

とっても身近でかつ具体的な教材が載っていました。そこで、これらの中学入試の数列の問題を通して少しでも数学への興味・関心を高め基礎学力の充実に努めたいと思い、研究してみることにしました。

4. 研究内容（指導内容）

『問題１』



マッチ棒を上の図のように、正三角形がつぎつぎ横に並ぶように置いていきます。この場合

（1）正三角形が１０個のとき、マッチ棒は何本必要ですか。

（2）マッチ棒が９１本のとき、正三角形はいくつできますか。

（3）正三角形の個数とマッチ棒の数との関係を求めなさい。

『問題２』

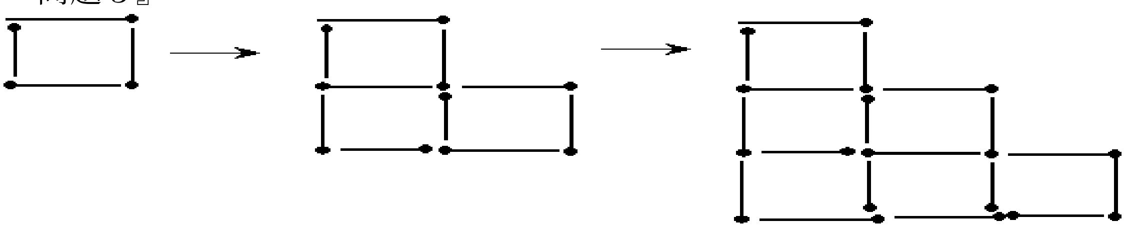
マッチ棒を上の図のようにして、つぎつぎと四角形を作っていきます。この場合

（1）四角形が３個のとき、マッチ棒は何本必要ですか。

（2）マッチ棒が３１本のとき、四角形はいくつできますか。

（3）四角形の個数とマッチ棒の数との関係を求めなさい。

『問題３』



上の図のように、１ｃｍのマッチ棒で、１段、２段、３段と順に作っていきます。

（1）９段のとき、正方形の個数はいくつですか。

（2）周囲の長さが、５０ｃｍに一番近い段数は、何段目ですか。

（3）１２段のときの、マッチ棒の個数は何個必要ですか。

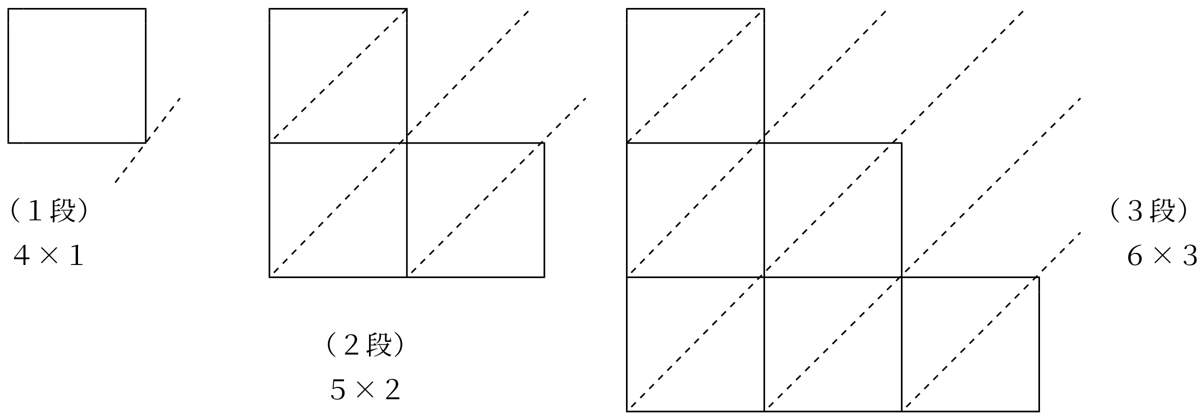
【解答】次のような表を作って考ます。

段数（n）	1	2	3	4	5	‥‥	
正方形の個数							1+2+…+(段数)
周囲の長さ							段数×４
マッチ棒の個数							差が等差数列

課題　マッチ棒の個数は、どのような数列になりますか。

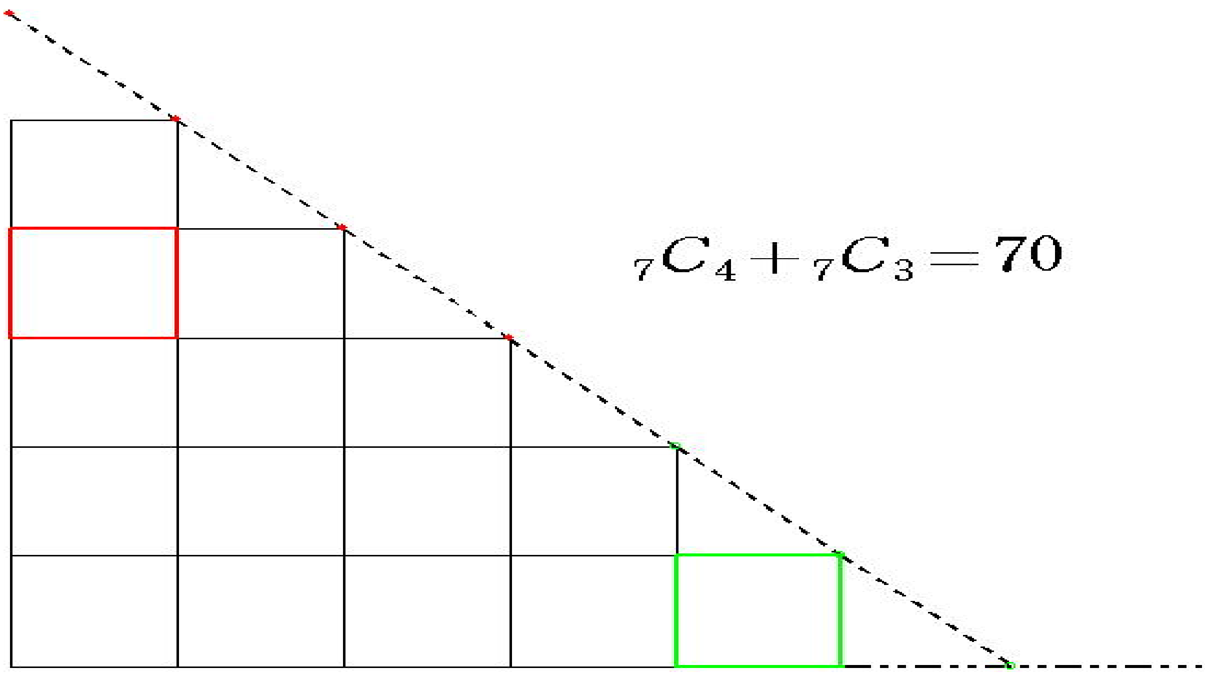
（１）階差数列が等差数列になる。(具体的な例で驚きます)

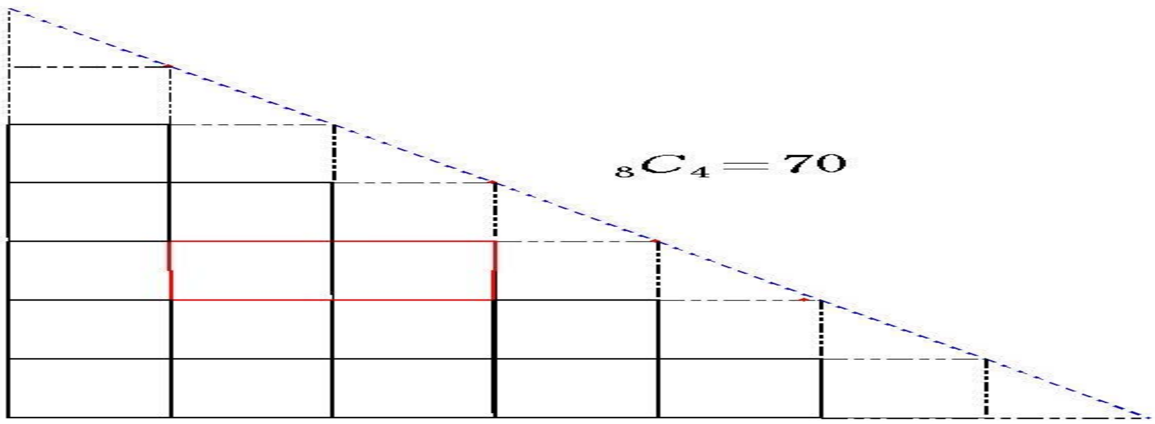
（２）また生徒が、マッチ棒の個数は、正方形の個数をｎとすると、ｎ（ｎ＋３）になることを発見してくれましたので、階差数列の公式を使って実際に計算してみたら、ｎ（ｎ＋３）になりました。まだこの時は、階差数列の公式を指導する前でしたので、公式を使わない初等的な方法で証明できないかと考え、以下のようにしても求められることを示しました。



発展課題　この問題の四角形の個数を求めてみよう。

下の図の７段の時、順序よく四角形の大きさの順に調べていくと、７０個であるが、何か工夫して求められないかと考えてみました。



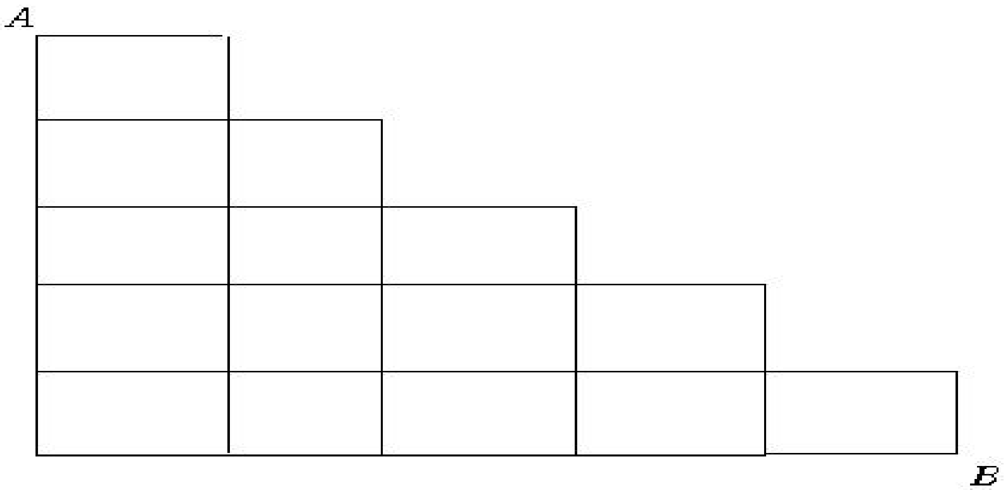


$${}_nC_4+{}_nC_3={}_{n+1}C_4$$

（二項定理より、一般の場合の証明可）

次に、Ａから B までの最短路を求めてみました。

Ａから B までの最短路の総数は１３２通りです。



『問題４』

１から始まる整数１，２，３，４，５‥‥から、２の倍数および５の倍数を取り除いて、新たに数列を作るとき、１から１００番目までの和を求めなさい。

【解答】実際に調べて見ますと、

１、	３、	７、	９	和は１＋３＋７＋９＝２０
１１、	１３、	１７、	１９	和は１０×４＋２０＝６０
２１、	２３、	２７、	２９	和は２０×４＋２０＝１００
⋮	⋮	⋮	⋮	

２４１、　２４３、　２４７、　２４９　和は２４０×４＋２０＝９８０
これらの和は２０から９８０までの２５個の等差数列になりますので和の公式より
（２０＋９８０）×２５÷2＝１２５００

『問題５』
分母が１８で、分子が１以上１８０以下の整数である次のような分数を考えます。

$$\frac{1}{18},\ \frac{2}{18},\ \frac{3}{18},\ \frac{4}{18},\ \cdots\cdots,\frac{179}{18},\ \frac{180}{18}$$

これらの分数の中で、約分できない分数の和を求めなさい。
【解答】３００　詳解は略

5. 考察、今後の課題

上記の問題は実際に私立中高一貫校で出題された入試問題で、受験生である小学６年生の児童が解くことに驚きを感じると共に、数学的によく考えられた問題に心を打たれました。

そして、本校の２年生に実際に指導してみましたところ、生徒は結構楽しくワイワイガヤガヤやりながら、これらの問題に積極的に取り組んでくれましたし、思わぬ副産物も出てきたりしまして、結構自分自身にとってもよい勉強になりました。

また、中学入試の問題の中に、結構高等学校の数学に関連する内容が多々あります。
たとえば
例　面積比（数学Ａの分野）は相似比の２乗を使う問題
例　濃度（食塩水）を天秤法で解く問題
例　場合の数、順列・組み合わせの問題

等に良問がありますので、今後さらに研究を進め、少しでも生徒の数学に関する興味・関心・意欲が高まれば幸いです。