高校数学(数学Ｉ)への導入時における指導法の研究

岐阜県立斐太高等学校

1．本校の概要

本校は高山市の北に位置し、「白線流し」の行われる創立１１７年目の学校で、飛騨地区全域から生徒が集まる全日制普通科（１・２年７クラス　３年８クラス）で、男女比はほぼ同率である。昨年度からの完全学校週５日制の導入に伴い、４５分７時間授業を実施している。

卒業生はほぼ全員が進学（４年制大学へはほぼ７割。国公立へは１１０名程度。）し、北は北海道から南は九州までほぼ全国に進学している。また、部活動や「文化祭」「体育祭」等の学校行事も活発で、文武両道を校是としている。

2．テーマ設定の理由

今年度の入学生から新課程となり、全体的な学力の低下が、特に理数教科の学力不足が懸念されている。本校では２００３年問題として位置づけて、各教科で対策を講じた。数学科ではまず、中学校における学習内容とその理解度を十分把握し、生徒がスムーズに高校数学に入っていけるよう導入時の工夫を行った。具体的には「数学Ｉ」への導入時の研究を行った。

3．研究の方法

(1) 中学校の学習内容の研究を行い、高等学校の学習内容との関連を確認する。

(2) 合格発表時に中学の数学全般にわたる領域についての課題を提示し、入学当初に課題テストを行い、学力の分析把握に努める。「課題：高校数学への準備演習（数研出版）」

(3) 数学Ｉの最初の授業（5時間程度）を中学校の復習の授業とし、(2)の結果をもとに作成した教材で弱点を補強する。その後確認テストを行う。

(4) (3)の結果を考慮して、数学Ｉの授業の工夫を行う。その後、中間考査の結果を分析する。

4．研究の内容

(1) 課題テストとその分析

春課題テスト(４月９日)

【1】(1) $\left(\frac{2}{3}x^2y\right)^2 \times 2\left(\frac{2y}{x}\right)^2 + \left(-\frac{y}{x}\right)^3$ を計算せよ。

(2) $(a-1)(a^2+2a-2)$ を展開せよ。

(3) $(x+2y)^2-(2x-y)(3y+2x)$ を計算せよ。

(4) a^2b-bc^2 を因数分解せよ。

(5) $(a-b)^2-2(b-a)-15$ を因数分解せよ。

(6) $\sqrt{32}+\sqrt{8}-\sqrt{10}\times\sqrt{5}$ を計算せよ。

(7) $\frac{\left(2\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2}{\sqrt{6}}-\sqrt{24}$ を計算せよ。

(8) 方程式 $(x+1)(x-5)=-4$ を解け。

【2】次の2組の連立方程式が同じ解をもつとき、定数 $a,\ b$ の値を求めよ。

$\begin{cases} x-3y=-4 \\ \frac{x}{2}-4y=3 \end{cases}$　　$\begin{cases} ax+5by=-10 \\ bx+2ay=2 \end{cases}$

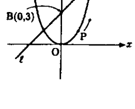
【3】$x=2+\sqrt{3},\ y=2-\sqrt{3}$ のとき、次の値を求めよ。

(1) $x+y$　　(2) xy　　(3) x^2+y^2

【4】関数 $y=-2x+b\ (-2\leqq x\leqq 3)$ の最小値が -3 であるとき、b の値と最大値を求めよ。

【5】関数 $y=ax^2\ (-2\leqq x\leqq 3)$ の y の変域は $0\leqq y\leqq 3$ である。定数 a の値を求めよ。

【6】右図のように $y=ax^2$ のグラフがある。グラフ上の点 $A(3,\ 6)$ と y 軸上の点 $B(0,\ 3)$ を通る直線を l とするとき、次の問いに答えよ。

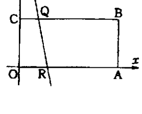


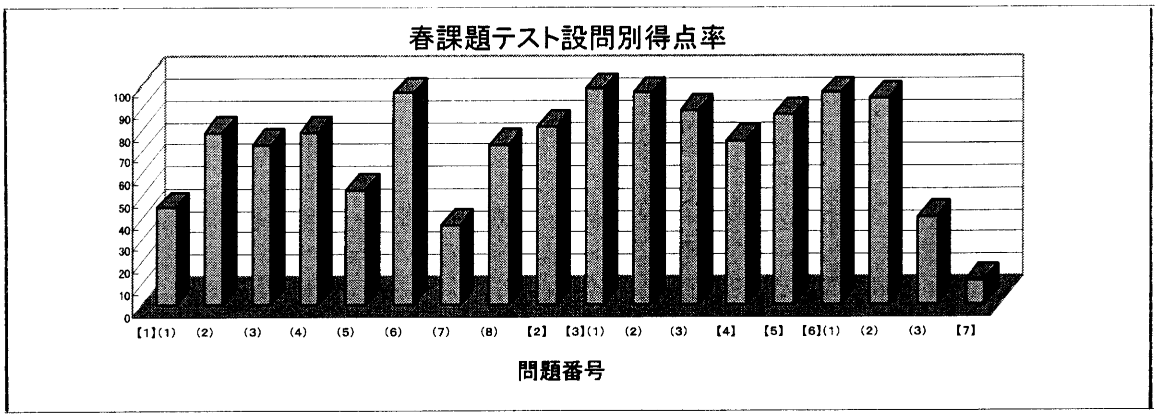
(1) a の値を求めよ。

(2) 直線 l の方程式を求めよ。

(3) 直線 OP が直線 l と平行になるとき、点 P の x 座標を求めよ。

【7】図のような長方形 $OABC$ がある。点 $P(1,\ 7)$ を通る直線が辺 $CB,\ OA$ と交わる点をそれぞれ $Q,\ R$ とする。四角形 $ORQC$ と四角形 $ABQR$ との面積比が $1:3$ になる直線の方程式を求めよ。ただし、$O(0,\ 0),\ A(8,\ 0),\ B(8,\ 4),\ C(0,\ 4)$ とする。





・全体の得点率は 69％であり、基礎事項の定着度・理解度はほとんど変化が無い。（以前の入学生とくらべて特に下がっていない）

・全体的に基礎事項は理解されているが、少し計算が複雑なものは正答率が下がる。
（計算力は不足している）

・２次方程式の解法【1】(8)は解の公式によるものはほとんどない。（正解者は$(x-2)^2=5$より）

・分数と指数の計算【1】(1)は全体にできない。

・対称式の計算【3】はそのまま数値を代入したものがほとんどである。

・関数に関する問題【4】【5】【6】は予想以上の正答率である。【7】のレベルの問題となるとほとんどの生徒ができない。

(2)　中学の復習授業（プリント）及び、確認テストとその分析

高数への準備Ｎｏ１

【１】次の計算をせよ。

(1) $7\times25\times6\times4$

(2) $3.14\times\frac{1}{2}+3.14\times\frac{2}{3}-3.14\times\frac{1}{6}$

(3) 365×999　　(4) $\dfrac{\frac{8}{15}+\frac{2}{3}}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}$

(5) $(2x^2)^2\times(-3x)^3+(-4x)^2$

(6) $\left(\frac{2}{3}p^3q-\frac{p^2q^2}{4}+\frac{5}{2}pq^3\right)+\frac{pq}{12}$

【２】　次の式を展開せよ。

(1) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$

(2) $(a^2+b^2)(a+b)(a-b)$

(3) $(x+y)^2(x-y)^2$

【３】　次の式を計算せよ。

(1) $(-\sqrt{2})^3-\sqrt{32}+(\sqrt{8})^3$

(2) $\frac{4}{3\sqrt{3}}+\frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{6}}$

【４】　$x=3-\sqrt{7}, y=3+\sqrt{7}$ のとき、次の値を求めよ。

(1) $x+y$　(2) xy　(3) $x^3y^2+x^2y^3$

高数への準備Ｎｏ２

【５】　次の（連立）方程式を解け。

(1) $\frac{x-2}{2}-\frac{3x+1}{4}=-2$

(2) $\begin{cases}\frac{x+y}{2}=\frac{x}{5}\\ \frac{x-y}{4}=x+3\end{cases}$

(3) $x-2y=2x+y=1$

【６】関数 $y=2x+1$ において、y の変域が $1\leqq y\leqq5$ のとき、x の変域を求めよ。

【７】関数 $y=-x+b\ (-1\leqq x\leqq1)$ の最大値が 4 であるとき、b の値を求めよ。

【８】次の関数の y の変域を求めよ。

(1) $y=x^2\ (1\leqq x\leqq3)$

(2) $y=-2x^2\ (-2\leqq x\leqq1)$

【９】　関数 $y=2x^2\ (-1\leqq x\leqq1)$ の最大値、最小値とそのときの x の値を求めよ。

【１０】関数 $y=2x^2$ は、$-4\leqq x\leqq a$ のとき $8\leqq y\leqq b$ である。a, b の値を求めよ。

高数への準備Ｎｏ３

【１１】次の計算をせよ。

(1) $112\times95+105\times88$

(2) $\dfrac{\frac{3}{8}-\frac{5}{6}}{\frac{3}{8}\times\frac{5}{6}}$

(3) $\frac{3}{7}+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{1+\frac{1}{3}}}$

(4) $\left(-\frac{3}{2}a^3b^2\right)^2+\left(-\frac{3}{4}a^7b^3\right)\times\left(-\frac{1}{6}a^2b\right)$

(5) $\sqrt{12}+\sqrt{18}-\sqrt{147}-\sqrt{50}+\sqrt{192}+\sqrt{8}$

(6) $\frac{21}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{28}}{2}+\frac{\sqrt{21}}{\sqrt{3}}$

(7) $2\sqrt{12}-\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{2}}+\frac{3}{\sqrt{3}}$

(8) $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{18}-4}{\sqrt{2}}$

【１２】$(a-b)^2=13, ab=4$ のとき、$(a+b)^2$ の値を求めよ。

【１３】$x=\frac{6-\sqrt{11}}{3}$，$y=\frac{6+\sqrt{11}}{3}$ のとき、次の値を求めよ。

(1) x^2-xy+y^2　　(2) $(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2$

高数への準備Ｎｏ４

【１４】次の（連立）方程式を解け。

(1) $\frac{3(x-1)}{4}+3=\frac{x}{4}-\frac{3-x}{8}$

(2) $\begin{cases}2x+y=4\\ 5x-3y=21\end{cases}$

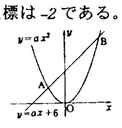
(3) $\begin{cases}\frac{x-2y}{3}+\frac{x+5y}{4}=7\\ 1-\frac{3x-y}{2}=-3\end{cases}$

【１５】$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$ を a について解け。ただし、$b\neq c$ とする。

【１６】２つの１次関数 $y=ax+1\ (a>0)$，$y=-2x+b$ がある。この２つの関数は、x の変域を $-1\leqq x\leqq2$ とすると y の変域が一致する。a, b の値を求めよ。

【１７】$y=ax^2$ において、x の変域が、$-2\leqq x\leqq3$ で、y の変域が $-3\leqq y\leqq b$ であるとき、a, b の値を求めよ。

【１８】右の図で、１次関数 $y=ax+6\ (a>0)$‥①のグラフと、２次関数 $y=ax^2\ (a>0)$‥②のグラフとが２点 A, B で交わっており、点 A の x 座標は -2 である。このとき、a の値と点 B の座標を求めよ。



確認テスト(4月25日)

【1】次の各問いに答えよ。

(1) $(3x^2)^3\times(-x)^4\times(x^3)^2$ を計算せよ。

(2) $\left(-\frac{3}{4}x^2y^2\right)^2+\left(-\frac{3}{2}x^7y^3\right)\times\left(-\frac{1}{6}x^4y^2\right)$ を計算せよ

(3) $(x^2+x+1)(x^2-x+1)$ を展開せよ。

(4) $(x+2y)^2(x-2y)^2$ を展開せよ。

(5) $(a-b)^2-a+b-12$ を因数分解せよ。

(6) $3\sqrt{3}+\sqrt{75}-\sqrt{48}$ を計算せよ。

(7) $\frac{(2-\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{18}-4}{\sqrt{2}}$ を計算せよ。

(8) $\dfrac{1}{2+\dfrac{1}{1+\dfrac{1}{3}}}$ を計算せよ。

(9) $\dfrac{\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}}{\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{y}}$ を簡単にせよ。

【2】次の連立方程式が解け。

(1) $\begin{cases}\dfrac{x+2y}{3}-\dfrac{x+5y}{4}=2\\ 1-\dfrac{3x-y}{2}=-3\end{cases}$

(2) $\frac{x-1}{4}=\frac{x+y+2}{3}=\frac{x+y-1}{5}$

【3】$x=\frac{\sqrt{5}+2}{2},\ y=\frac{\sqrt{5}-2}{2}$ のとき、次の値を求めよ。

(1) $x+y$　(2) xy

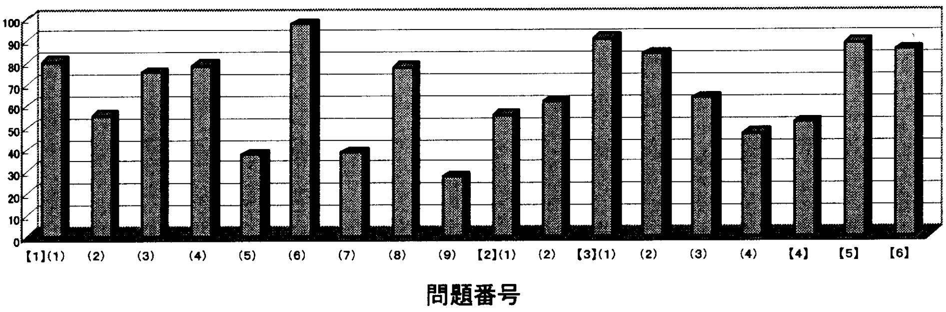
(3) x^2y+xy^2　(4) x^2+y^2

【4】$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{c}$ を a について解け。ただし、$b>0, c>0$ とする。

【5】関数 $y=2x+b\ (-3\leqq x\leqq 2)$ の最大値が8であるとき、b の値と最小値を求めよ。

【6】関数 $y=ax^2\ (-2\leqq x\leqq 3)$ の y の変域は $b\leqq y\leqq 8$ である。定数 a,b の値を求めよ。

確認テスト設問別得点率



・全体の得点率は65％である。

・分数と指数の計算【1】(1)(2)は前回と比べ、進歩が見られるが、少し計算が複雑になると計算ミスが増えることは前回と変わらない。

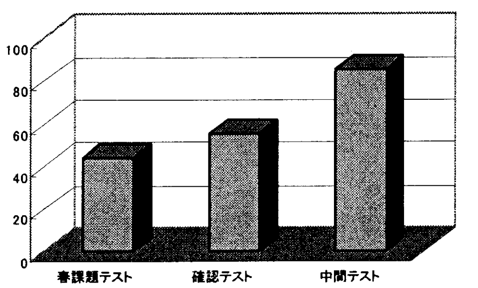
・対称式の計算【3】は問題の難易が上がったため得点率は下がったが、約半数が対称式の性質を利用した解答となった。

・計算力の確認のため、分数計算【1】(8)(9)を出題したが、文字が入ると極端に正答率が下がった。

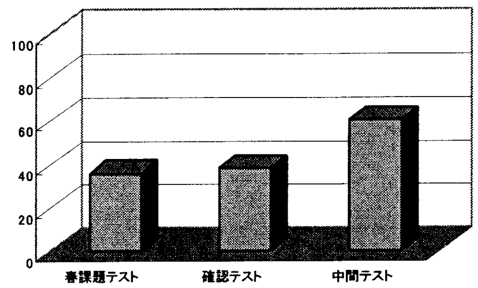
(3)　設問別得点率の変化

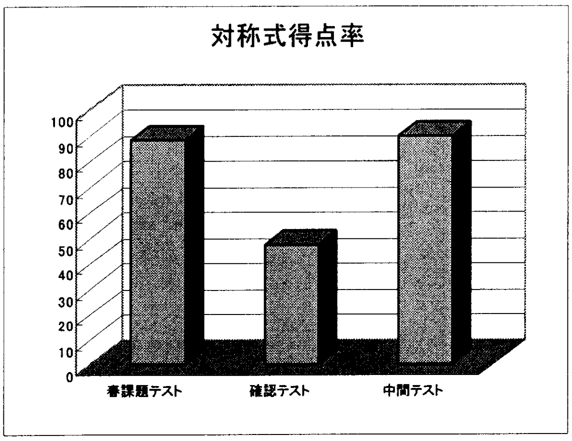
類似問題について、課題テスト(4月9日)　確認テスト（4月25日）　中間テスト（6月3日）の得点率の変化を調べた。

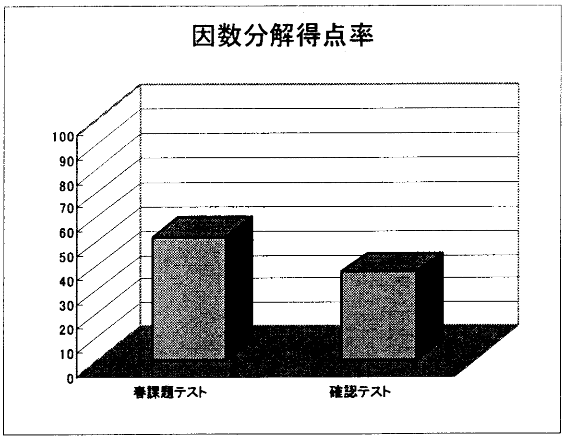
分数と指数の計算得点率

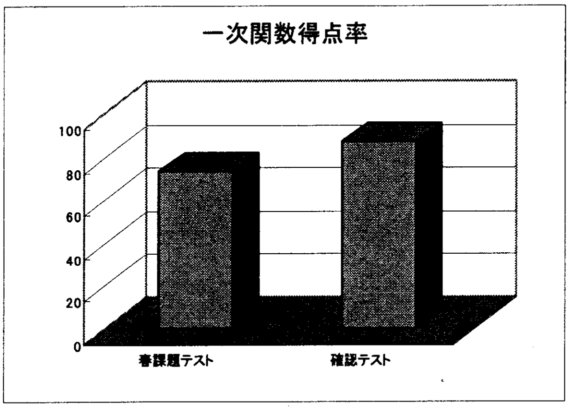


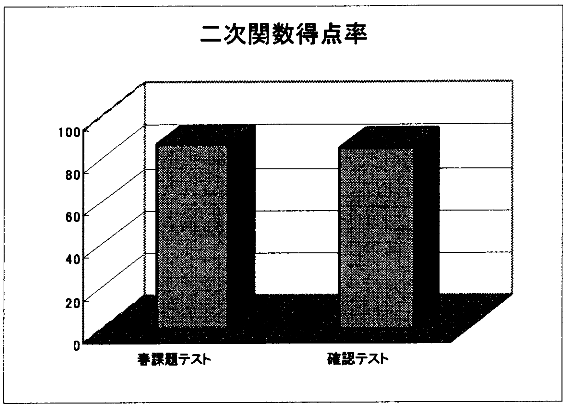
ルートの計算得点率











・類似問題であるが、問題の難易度が多少違うため単純に比較できない。しかし、全体的に着実に力をつけている様子が分かる。
・分数と指数の計算では、確認テスト以降、数学Ⅰで指数法則を再確認したため十分な定着が見られた
・ルートの計算では、確認テスト以降、数学Ⅰで有理化や二重根号等について学習したが例年より理解の状況が良かったように感じられた。
・対称式の値を求める問題は、中間考査では、ほとんどの生徒が対称式の性質を利用して解答しており、得点率には現れない進歩があった。
・因数分解、1次関数、2次関数の問題は中間考査に類似問題を出題しなかったため、2回分の比較となった。

5．まとめと今後の課題

今年度の入学生についていえば、計算力不足が少し感じられるが、中学校までに学習した基礎基本事項の定着は例年と変わらないと思われる。数時間の復習授業とその確認テストの結果、新入生の数学の力（「計算力」や答案の中での「表現力」）の実態がある程度把握でき、指導しやすかったという意味で有効であった。

今後の課題は、まだまだ不十分な計算力と表現力の充実をいかに授業を通じて図るかにつきる。また、今後、ボトムアップと同時にトップアップを図る意味でも、演習の方法と課題の与え方等の更なる研究を進めたい。