平成１４年度　岐阜県高等学校教育課程研究集会（数学部会）発表要綱

数Ⅰの学習指導（数学的な見方・考え方について）

岐阜県立可児工業高等学校

１　現状分析

本校は昭和 38 年に創設された工業高校です。卒業生の半数以上が就職しています。平成 14 年度は１年生で数Ⅰ、２年生で数Ⅱを全員に、３年生で希望者のみ数学を選択させました。14 年度の入学者は、機械科 80 名、電気科 38 名、電子科 32 名、応用技術科 40 名、建設科 37 名と定員割れ（40 人未満）の科も生じました。

今後、少子化がさらに進み、財政赤字（予算の削減）や、アジア諸国の工業化（国内の就職先の減少）などにともない、工業高校が生き残るには魅力ある学校づくりが避けられません。そのため、本校では改革推進部を設置したりするなど教育改革に努力をしています。本校の教育目標は「教育活動のあらゆる場を通して、調和のとれた人間性豊かな工業技術者を育成すること」にあり、学習指導では「基礎・基本を重視し、自己の能力・適性が発揮できる主体的な学習態度や自己表現能力の育成に努めること」を謳っています。しかし現状は、徹底されていない授業規律の確保のために大いに努力をしています。

２　数学教育の根本問題は何か

戦後、新しい教育思想が色々と提唱されましたがどれも長続きしませんでした。

<u>生活単元学習</u>→<u>系統学習</u>→<u>教育の現代化</u>→<u>基礎・基本の重視</u>→<u>ゆとりの教育</u>

この事実から「いま高い評価を受けている研究もいずれ批判される」ことが予測されます。外国の教育についても少し触れておきます。中国は工業の覇権を目指してゆとりの教育と正反対のことを行っています。

例えば、中国科学技術大学では 15 歳くらいからコンピュータ、数学、物理学に関する英才教育（因材施教、超常教育）を行っており、子供達は１日平均 17 時間ほど勉強しています。また、イギリスも国民の学力向上を図るために政府がテレビＣＭを流したり、普通教室にパソコンを設置し、宝くじの収益からＩＣＴ教育（ＩＴ教育）へ教員研修費 421 億円を捻出したりしています。(文献１)。

日本では金融の活性化を狙った金融ビッグバンで山一や長銀などが経営破綻して以降、金融機関を救済しようとしたゼロ金利政策で生保などが破綻、2001 年度は年金基金が 59 も破綻しています。教育の活性化でも同じ過ちを繰り返すと懸念されます。問題なのは、今までのどの教育思想も対処療法に過ぎず、根本問題がなおざりにされていることです。そして、数学教育の根本問題は何か？と追求すると、「分かるとは何か？」

「数学とは何か？」「なぜ数学を学ぶのか？」「数学はどうして正しいのか？」「数学と現実の違いは何か？」といった様々な問題が噴出してきます。

３　実践事例

事例を通して数学の本質を考えさせ、数学的な見方や考え方を啓発する。

事例１　「分かる」とは何か（４月中旬、１年３組（電気科））

問題を生徒に当てて、答えを板書させました。すると、途中の計算を省略する生徒が多かったので、途中の考えの重要性について話しました。

〇指導上の留意点

(1) 「実用主義」対「無用の用」

工業高校の生徒の多くは、例えばポケコンのキー操作によるような具体的・操作的な問題解決能力の修得をすることを「分かること」だと思っています。これは答えが正しければ、どのような解き方をしても同じだという成果主義の一種です。しかし、曾野綾子の「２次方程式の解など生活に役立たないから学ぶ必要がない。」として中学から２次方程式の解の公式をなくしたため、京大の上野健爾先生は松尾芭蕉の「夏炉冬扇」を引用して反論をしました（文献２）。

(2) 「用具的（操作的）理解」対「関係的理解」

ポケコンを使うと１年生でも指数関数や逆三角関数を含む計算が簡単にできますが、これは思考を抜きにした用具的（操作的）理解です。数学的メカニズムやなぜ数学がその問題に適用できるかという関係的理解、さらには数学の社会的意義といった理解が欠落しています。そのため、操作の能率化（思考過程の省略化）を求めることになり、勉強すればするほど、与えられたプログラム仕様にしか動かないロボットのような人間になってしまいます。これは、工業高校だけの問題でなく、進学校でもマークシート方式などの弊害として多くの人が指摘しています。

(3) 反対意見

用具的理解への批判として、生徒の主体性の尊重、教育の多様化、興味・関心・独創性などが重要だと言われるようになり、生きる力、ゆとりの教育、総合的な学習などが提唱されました。ところが、日本文化では型の修業が重視され、その教育制度は何百年もの歴史的な検証を経てきていると考えられます。型にはめるという個性や独創性を殺すことに重要な意味があるのです。数学も似たところがあり、操作的理解も自在の境地に達すれば深い理解が得られます。

事例２　数学の共通性（５月１０日、１年４組（電子科））

三角比の最初の授業で、三平方の定理を用いて長さｘを求める問題を生徒に解かせたところ、$x^2+12^2=13^2$を解いて、ｘ＝５ｃｍという答えを書いた生徒がいました。

先生：「単位を付けないように。」

生徒：「どうして？」

先生：「問題に単位が書いてないときは、単位を付けてはいけない。」

生徒：「そうか（！？）」

先生：「これは重要です。数学では長さに単位を付けないのが普通です。ｃｍ、ｍ、ｋｍ、μｍ、光年、原子の　直径、宇宙の直径など、どんな長さの単位を付けても通用するような共通の性質を扱っているからです。もし特定の単位を付けると、特定の長さを意味することになってこの共通性が失われるので、単位を付けないのです。」

〇指導上の留意点

数学は、いつ、何処で、誰が、どのように使っても、同じ結果を与えます。例えば、三角形の辺が３つから２つに変わったりすることはありません。

数学の特徴の一つは、宇宙で共通かつ超法規的な性格にあります。　かつて、ガリレイは地動説を擁護し、自然科学を数学の言葉で書かれたもう一つの聖書と呼びました。これは、「宗教でも否定できない数学の共通性」を武器として使うことにしたということです。数学に見られる「共通性」は、「抽象化」の産物です。数学では長さに単位を付けないことにより、抽象的で一般的な長さの基準を扱っています。一方、長さの単位を付けることは、「具体的な長さ」を扱うということです。関係的理解と形式的理解の区別が必要です。

事例３　数学の学び方（7月８日、１年３・４組）

１年３組でテストを返却した際に、途中の計算の書いてない答案について〇を付けなかったことを生徒が質問してきました。もちろん、事例研究１のように説明しました。４月の指導が徹底されていなかったことを実感しました。同じ質問が繰り返されないように、４組では次の話の前半を話しました。

「式における文字や演算記号は、工業製品の部品や作業工程と同じ役割をしています。それは世界共通になっています。同じような計算問題をやるのは、歩留まりや作業効率を高めるために必要です。計算練習を少ししかしない人は十分な計算能力を身に付けられず、間違いの発見や応用などへのゆとりも生じません。また、途中の計算や考えを書くのも大切なことです。工場で不良品が発生した場合、もし製造工程がブラックボックスだと何が原因か分かりません。数学も同じです。もし途中の計算が書いてないと、間違いの原因が分かりません。人間には間違いがつきものですが、同じ間違いをしないように努力する向上心が大切です。」

事例４　入試の別解（平成 14 年度岐阜県高校入試、数学の第３問題）

「水を１対２に分ける全ての方法を求める」という問題において、解答に示された２通りの方法以外に、計算をしない別解を考えましたので紹介します。

「三つの容器を濡れたガーゼなどでつなぐと、水の一番多い（高い）容器から他の容器へ水が流れて三つの水面が同じ高さになり（サイホンの原理）、水の量も同じになります。そこで最初に一番水の多かった容器の水を他のどちらかに注げば２：１に分けたことになります。」

補注：量は抽象的な数の概念（形式的概念）以前に、物理的・操作的な性質を持った現実のものです。初等教育では実験・観察を重視して量の操作的理解をし、中等教育では形式的な取り扱いをしています。こういった操作的解に気付かないのは、数学の知識を優先して、形式的理解から関係的理解へ発展させる習慣がついていたからだと思われます。したがって、数量や図形についての概念等が人間の活動にかかわって発展してきたことの理解（数学基礎のねらい）を深める必要があります。

事例５　数の起源（１年３・４組、２年１・２組）

２次関数を放物線と言う前に、座標系と時間経過の二つを併用する根拠について考察させる。

先生：「日本地図を見ると、東京と大阪が記入されています。これは同時刻に存在するから一緒に記入されているのです。ところで、東京から大阪へ新幹線で行くと時間がかかります。出発と到着の時刻が違います。すると、地図を指さしながら、東京から大阪へ

行くのに時間がかかるというと、同時刻の前提で二つの時刻の話しをしていることになりますから、これは矛盾です。小学校で矛盾したことを教えているのはなぜですか？」

生徒：「理論と現実が違うから。」

先生：「数学の理論と現実が違ったら、数学が現実に適用できる理由が必要になります。遠くの星を見たら、７５億光年の彼方の星だということが分かったとします。すると、７５億年の間には、星は移動したり、場合によっては爆発して消滅しているかも知れません。もちろん、その星から地球を見ようとしても７５億年前には地球はまだ誕生していないので、地球というものは意味を持ちません。地球が誕生したときの光は今でもまだその星には届いていないので、距離も意味がありません。（２個の概念やＡＢ＝ＢＡが成り立たない。）」

生徒：「最初に言ったのと話しが違う。東京と大阪を、宇宙の話しに勝手に変えてはダメだ。」

先生：「二つの話しは数学的には同じです。数学とは、いつどこで誰が使っても同じ結果になるものです（事例２の共通性を原理とする）。だから、手の指の間の話しでも、東京と大阪の間の話しでも、地球と宇宙の彼方の星の間の話しでも、原理的には同じなのです。」

〇指導上の留意点

上記の事例は、地図の見方という常識に疑問を投げかけて、世界中の人が当たり前としていることでも頭から信じるのではなく自分で考えることの大切さを教えるものです。生徒達は、あたかも宗教裁判にかけられたガリレイの立場か、それとも裁く側の立場かの選択を迫られたのです。

実は、数や長さの前提として、異地点同時刻の区別があるのです。この時間経過の排除の宣言を「時空数学原理」と呼びます。これはいかなる理論でも反論が不可能な原理です。もし個数を扱うときに同時刻でなければ、昨日の君と今日の君の二人がいるので君は一人ではないというように数概念が破壊されます。

しかし、光速度（情報伝達速度）が有限であるという事実は否定できないため距離は時間経過をともなう概念となり、「区別を捨てるべきか、それとも問題を先送りにして間違った勉強を続けるのか？」という問題が生じます。もちろん、区別（異地点）を捨てれば数概念も距離概念も捨てることになりますから、時空数学原理を認めるしかなく、座標系からも時間を排除するしかありません。詳しくは拙論「時空数学論」http://www.ggm.to を参照してください。

4　今後の課題

今回取り上げられなかった論理的理解や記述的理解に関する研究に関しては、今の論理学の見直しを含めて、2003 年の第 85 回全国算数・数学教育研究（愛知）大会で発表する予定です。

5　参考文献

[1]　「パソコン持て余す学校教育」、月刊誌「選択」2002 年 8 月号に収録、112－113 頁

[2]　岡部恒治、戸瀬信之、西村和雄著「小数ができない大学生」東洋経済新報社、132－139 頁

[3]　西本教善著「「理解」から見た学力低下」文英堂 SIGMAJOURNAL、No.23、3－13 頁