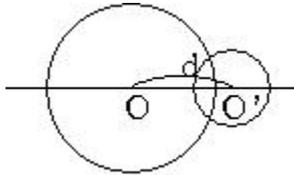


問題番号	問い	半径5の円Oと、半径3の円O'の中心間の距離をdとする。2つの円が下の図のように異なる2点で交わるのは、dがどのような場合か。 ～ から選びなさい。
		$d > 8$ $2 < d < 8$ $3 < d < 5$



20	正解	
----	----	--

誤答例		つまずき原因	分析と解消
1	無解答	問題の意味を理解していない。	61ページ 【20-1】
2		中心間の距離と円の位置関係について、理解していない。	62ページ 【20-2】
3		中心間の距離と円の位置関係について、理解していない。	62ページ 【20-2】

正解の解説
 半径rの円Oと、半径r'の円O' (ただし、 $r > r'$)の中心間の距離をdとする。2つの円が2点で交わるのは、円O'がのように外接する位置から左へ平行移動し、のように、内接する位置に移動するまでであることがわかる。

外接する

$d = r + r'$

交わる

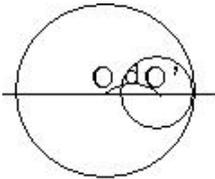
$r - r' < d < r + r'$

内接する

$d = r - r'$

2つの円が2点で交わるのは、 $5 - 3 < d < 5 + 3$ のときである。 $2 < d < 8$

練習	半径5の円Oと、半径2の円O'の中心間の距離をdとする。2つの円が下の図のように一方の円に、他方の円が内側で接するとき、dの値を求めなさい。
----	--



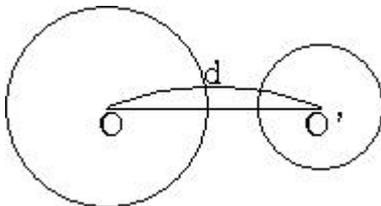
解答	$d = 5 - 2 = 3$
----	-----------------

誤答例1のつまずきの分析【20 - 1】

2つの円の位置関係をイメージすることができないと思われます。

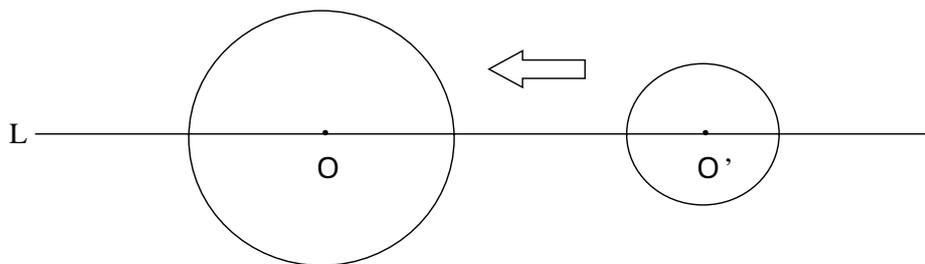
つまずきの解消

まず、2つの円O、O'の中心間の距離dとは、下の図のように2つの円の中心を結ぶ線分OO'の長さであることを確認しましょう。



次に、2つの円の位置関係について、どのような場合があるのか2つの円をかいて考えてみましょう。

円Oの中心を通る直線L上に中心がある円O'(半径は円Oの半径とは異なる。)をかき、下の図のように平行移動させる。このとき、2つの円の共有点の個数は、どのように変わっていくのか調べてみます。2つの円の位置関係は、下の図のような5通りの場合があることがわかります。



【2つの円の位置関係】

離れている	外接する	交わる
内接する	一方が他方に含まれる	

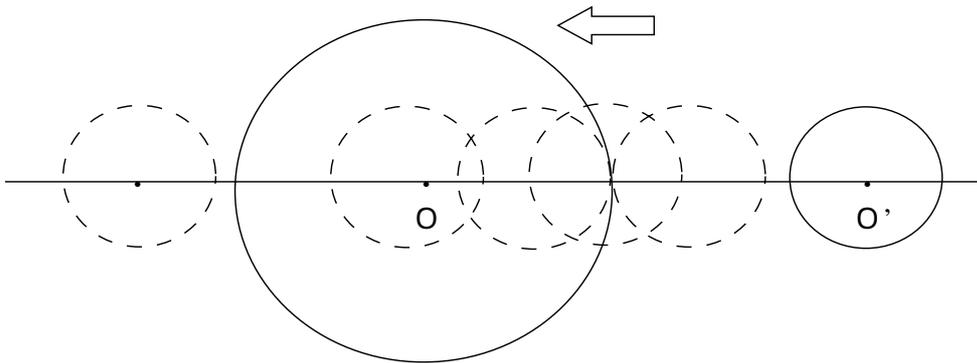
のように、2つの円が交わるのは、中心間の距離dがどのような範囲にある場合かを考えることが、この問題の意味です。

誤答例 2, 3 のつまずき分析【20 - 2】

中心間の距離 d と、2 つの円との位置関係が理解できていないので、間違えたと考えられます。

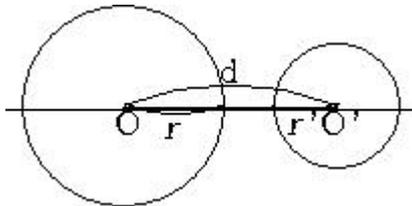
つまずき解消

2 つの円の位置関係については、下の図において円 O' が、矢印の方向に平行移動していくと、【20 - 1】でまとめた 2 円の位置関係のように、「離れた状態」から、「外接した状態」、2 点で交わる状態となり、さらに移動すると、「内接した状態」となり、最後には、一方の円の内部に他方の円が含まれた状態となり、2 円は交わらなくなってしまいます。さらに、円 O が平行移動していくと、円 O の外側に出てしまい、交わらなくなります。



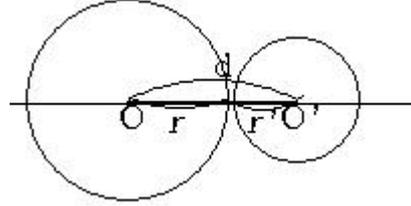
ここで、円 O 、 O' の半径をそれぞれ r 、 r' 、円 O 、 O' の中心間の距離を d とし、
 ~ の各場合について、 d と r 、 r' の関係を求めてみましょう。ただし、 $r > r'$ とします。

離れている



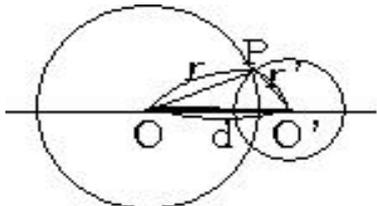
中心間の距離 d は、2 つの円の半径の和 ($r + r'$) より大きいので、 $d > r + r'$ が成立します。

外接する



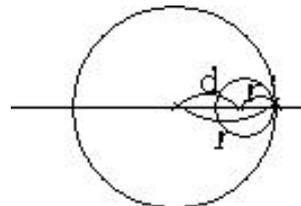
中心間の距離 d は、2 つの円の半径の和 ($r + r'$) と等しくなるので、 $d = r + r'$ となります。

交わる



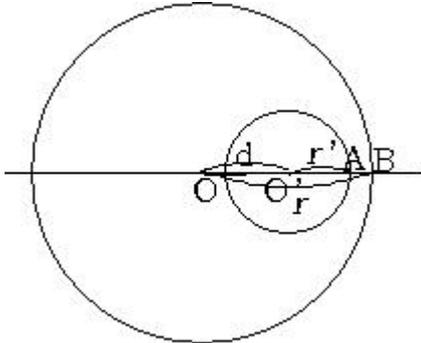
POO' において、三角形の成立条件から、(【13 - 1】(32 ページ)参照してください。) $r - r' < d < r + r'$ が成立します。

内接する



中心間の距離 d は、2 つの円の半径の差 ($r - r'$) と等しくなるので、 $d = r - r'$ となります。

一方が他方に含まれる



$$\begin{aligned} OA < OB \quad \text{だから,} \\ d + r' < r \\ d < r - r' \end{aligned}$$

~ をまとめると、次のようになります。

離れている	$d > r + r'$
外接する	$d = r + r'$
交わる	$r - r' < d < r + r'$
内接する	$d = r - r'$
一方が他方に含まれる	$r - r' > d$

【練習問題】

上の図で、2つの円O, O'の半径がそれぞれ6, 2のとき、2つの円の中心間の距離をdとする。次の各問いに答えなさい。

- 1 , の場合について、dの値を求めなさい。
- 2 , , の場合について、dの値の範囲を求めなさい。

<正解>

$$\begin{aligned} 1 \quad & d = 6 + 2 = 8 \quad d = 6 - 2 = 4 \\ 2 \quad & d > 6 + 2 \quad d > 8 \\ & 6 - 2 < d < 6 + 2 \quad 4 < d < 8 \\ & 6 - 2 > d \quad 4 > d \end{aligned}$$