

問題番号	問い	<p>左の図で， <math>AQB &gt; APB</math>であることを次のように証明しました。 ， にあてはまる角と説明を下のア～エから選びなさい。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;"> <math display="block">AQB = \square + ARB</math> <math display="block">&gt; ARB</math> <math display="block">= APB (\square)</math> </div> <p>よって， <math>AQB &gt; APB</math></p>	
		<p>ア QBR 弧ABに対する円周角は等しい。</p> <p>イ ABQ 弧ABに対する円周角は等しい。</p> <p>ウ QBR 三角形の内角の和は <math>180^\circ</math></p> <p>エ ABQ 三角形の内角の和は <math>180^\circ</math></p>	

18	正解	ア
----	----	---

誤答例		つまづき原因	分析と解消
1	無解答	証明のしくみがわからない。	54ページ 【18-1】
2	イ	三角形の外角の性質がわからない。	54ページ 【18-2】
3	ウ	円周角の定理がわからない。	55ページ 【18-3】
4	エ	三角形の外角の性質がわからない。 円周角の定理がわからない。	54ページ 【18-2】 55ページ 【18-3】

正解の解説

$AQB$ を  $BRQ$ の外角を考えると，  $ARB$ と  $QBR$ の和に等しい。

よって，  $AQB = QRB + ARB$   
 $> ARB \dots$

また，  $ARB$ は弧ABの円周角だから，同じ弧の円周角である  $APB$ に等しくなる。

$ARB = APB \dots$   
よって，  $AQB > APB$

例題	<p>左の図で， <math>AQB &lt; APB</math>であることを証明しなさい。</p>	
----	---	--

解答	<p><math>APB = ARB</math> (弧ABに対する円周角は等しい)</p> <p><math>= AQB + RAQ</math> (<math>ARB</math>は <math>ARQ</math>の外角)</p> <p><math>&gt; AQB</math></p> <p>よって， <math>APB &gt; AQB</math></p>
----	---

誤答例 1 のつまずきの分析【18 - 1】

証明のしくみがわからないと思われます。

つまずきの解消

中学校で、「すでに正しいと認められたことがらをよりどころとして、あることがらが成り立つことを筋道を立てて述べることを証明という。」と学んでいます。

「aならばb」で表したとき、aを仮定、bを結論といいます。このようなことがらを証明するときは、結論が成り立つ理由を、仮定から出発して筋道を立てて述べなければならないので、はじめに、証明すべきことがらの仮定と結論をはっきりさせなければなりません。

問題でわかっていること（仮定）、証明したいこと（結論）を整理してみましょう。

【わかっていること】 A, B, P, R が円周上の点である。

Q は弦 AR 上（円の内部）にある。

【証明したいこと】  $\angle AQB > \angle APB$

どのようなことを利用すればよいか、一つ一つ確認していきましょう。

確認していく段階で、外角の関係が必要であることがわかりますが、これは自分でこつこつとやっていかなければ、見つけることはできません。

この問題ならばこの公式を、あの問題ならばこの定理を、などと決まったパターンはありませんので、問題を整理して、考えられるいろいろな可能性を順に考えていくことが大切です。

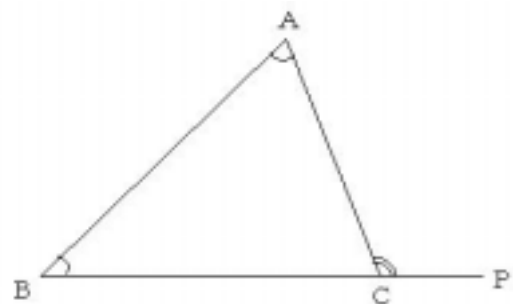
誤答例 2, 4 のつまずきの分析【18 - 2】

三角形の外角の性質がわからないため、間違えたと思われます。

つまずきの解消

右図のような三角形について、次のような関係が成り立ちます。

$A + B = \angle ACP$ <p>(2つの内角の和は、隣り合わない外角に等しい。)</p>
--



< 証明 >

ABC で、  
 $A + B + \angle BCA = 180^\circ \dots$   
 $\angle BCA + \angle ACP = 180^\circ \dots$   
 , の辺々をひくと、  
 $A + B - \angle ACP = 0^\circ$   
 $A + B = \angle ACP$

誤答例 3 , 4 のつまずきの分析【 18 - 3 】

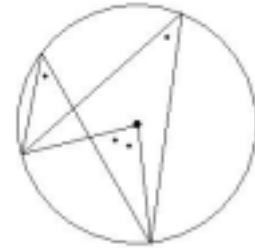
円周角の定理がわからないため、間違えたと思われます。

つまずきの解消

円周角の定理

同じ弧に対する円周角の大きさは等しい。

このとき円周角の大きさは、その弧に対する中心角の大きさの半分である。



定理や公式は、「なぜ、そうなるのか」という理由がわからないと、なかなか知識として身に付きません。下の証明を通して理解しましょう。

< 証明 >

円 O に周上に A , B , P がある。

弧 AB に対する円周角は、円周上の点 P を動かしてみると、下図(ア),(イ),(ウ)のいずれかになります。

すなわち、

(ア),(イ),(ウ)のすべてについて、 $\angle AOB = 2 \angle APB$  が成り立てば、弧 AB に対する円周角の大きさは等しく、中心角の大きさの半分であることがわかりますね。

(ア) 図のように直線 OP と円 O との交点を C とする。

OPA は二等辺三角形だから、

$$\angle COA = \angle OPA + \angle OAP = 2 \angle OPA \dots$$

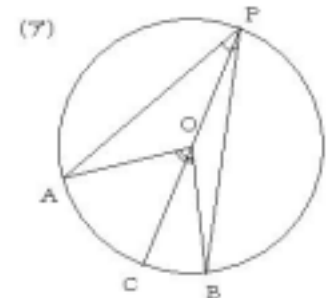
同様に、OPB も二等辺三角形だから、

$$\angle COB = \angle OPB + \angle OBP = 2 \angle OPB \dots$$

+ から、

$$\angle COA + \angle COB = 2 (\angle OPA + \angle OPB)$$

$$\angle AOB = 2 \angle APB$$

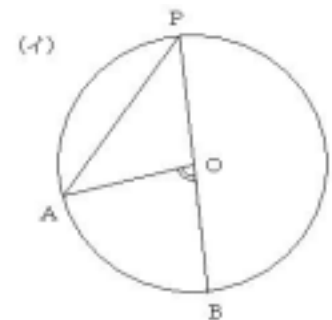


(イ) OAP は二等辺三角形だから、

$$\angle AOB = \angle APO + \angle OAP$$

$$= 2 \angle APO$$

$$= 2 \angle APB$$



(ウ) 図のように直線 OP と円 O との交点を C とする。

OPA は二等辺三角形だから、

$$\angle AOC = \angle OPA + \angle OAP = 2 \angle OPA \dots$$

同様に、OPB も二等辺三角形だから、

$$\angle BOC = \angle OPB + \angle OBP = 2 \angle OPB \dots$$

- から、

$$\angle AOC - \angle BOC = 2 (\angle OPA - \angle OPB)$$

$$\angle AOB = 2 \angle APB$$

