

問題番号	問い	3 辺の長さが $AB = 8$ , $BC = 9$ , $CA = 7$ の $ABC$ がある。 $B$ , $C$ の大小関係について正しいものを選びなさい。 $C > B$ $C = B$ $C < B$	
14	正解		
誤答例		つまずき原因	分析と解消
1	無解答	図をかいて考えていないので、辺の大小と角の大小の関係がわからない。	36 ページ 【14 - 1】
2		二等辺三角形の性質が理解できていない。	37 ページ 【14 - 2】
3		辺の大小と角の大小の関係について、思い違いをした。	37 ページ 【14 - 3】
4			
<p>正解の解説</p> <p>辺の大小関係は、<math>AB &gt; CA</math> であるから、それぞれに向かい合う角の大小関係は <math>C &gt; B</math> である。</p>			
練習	$ABC$ で $AB = 3$ , $BC = 5$ , $CA = 7$ のとき、 $A$ , $B$ , $C$ の大小関係を調べなさい。		
解答	$B > A > C$		

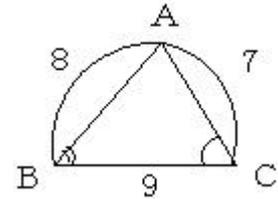
誤答例1のつまずきの分析【14 - 1】

与えられた条件を満たす三角形をかくことができないため、無解答であると思われます。

つまずきの解消

図形の問題では、与えられた条件を満たす図形を実際にかいて考えましょう。各辺の大小関係に注意して、 $\triangle ABC$ をある程度正確にかくことができれば、 $C$ と $B$ のどちらが大きいのかは判断できるはずです。

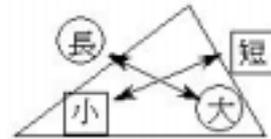
右図より、 $C > B$ であることがわかります。(直観)



一般に、三角形の辺と角の大小関係について、次の定理が成り立ちます。

三角形の辺と角の大小関係

三角形の2つの辺の長さが等しくないとき、  
(長い辺に対する角)は(短い辺に対する角)より大きい



上の定理は、直観的に正しいと認めてよさそうですが、きちんと証明してみましょう。仮定と結論をはっきりさせれば、次の命題を証明すればよいことがわかります。

「 $\triangle ABC$ において、 $AB > AC$  ならば  $C > B$ 」  
(わかりにくい場合は、次の説明を先に読んでください。)

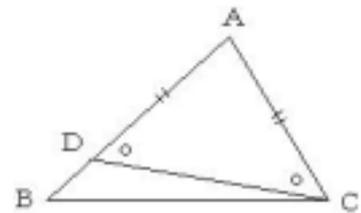
[証明]

まず、 $AB > AC$  ですから、辺 $AB$ 上に $AD = AC$ となる点 $D$ をとることができます。この $D$ と $C$ を線分で結びます。

このとき、 $\triangle ADC$ は二等辺三角形ですから、  
 $\angle ACD = \angle ADC \dots$  が成り立ちます。  
また、点 $D$ は辺 $AB$ 上の $A$ と $B$ の間にありますから、  
 $\angle ACB > \angle ACD \dots$  が成り立ちます。  
ここで、 $\angle ADC$ は $\triangle DBC$ の外角ですから、  
 $\triangle DBC$ に着目すると、

$$\begin{aligned} \angle ADC &= \angle DBC + \angle DCB \\ &> \angle DBC \\ &= \angle ABC \dots \text{が成り立ちます。} \end{aligned}$$

よって、 $\angle ACB > \angle ABC$   
すなわち  $C > B$  が成り立ちます。



[証明終]

証明のポイント、 $\angle ACB > \angle ADC$ 、 $\angle ADC > \angle ABC$ を右上図でもう一度確認しておきましょう。

まず、二等辺三角形 $\triangle ADC$ の2つの底角は等しいから、どちらにも $\angle ACD = \angle ADC$ を書き込みます。

(これが $\angle ACB > \angle ACD$ の不等式)

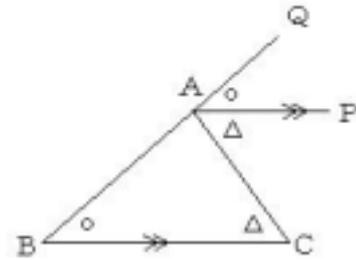
図より、 $\angle ACB > \angle ACD$  (これが $\angle ACB > \angle ACD$ の不等式)

また、外角だから、 $\angle ADC > \angle ABC$  (これが $\angle ADC > \angle ABC$ の不等式)

以上より  $\angle ACB > \angle ABC$

いまの証明の中で、  
「三角形の外角は、それととなり合わない2つの内角の和に等しい」を使いました。

これは中学校で学習した内容で、右図を使えば証明することができます。



[ Aの外角 = B + C の証明 ]

辺BAを延長して線分AQを引く。また、点Aを通り辺BCに平行な線分APを引く。このとき、

同位角なので、 $\angle ABC = \angle QAP$

錯角なので、 $\angle ACB = \angle PAC$

よって、 $\angle QAC = \angle QAP + \angle PAC = \angle ABC + \angle ACB$

ゆえに、Aの外角 = B + C が成り立つ。

[ 証明終 ]

(参考) この辺と角の大小関係については、逆も成り立ちます。  
すなわち、「ABCにおいて  $C > B$  ならば  $AB > AC$ 」  
「(大きい角に対する辺)のほうが(小さい角に対する辺)より長い」

#### 誤答例2のつまずきの分析【14-2】

二等辺三角形の性質が理解できていないための誤答であると思われます。

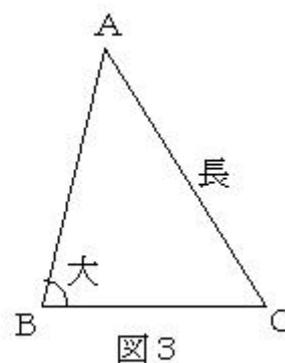
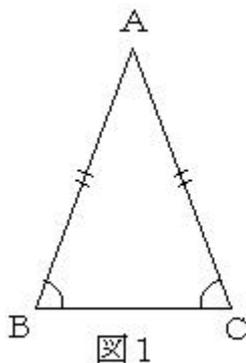
#### つまずきの解消

もし、 $C = B$ だとすると、 $AB = AC$ の二等辺三角形となり、条件の $AB = 8$ 、 $AC = 7$ と矛盾します。したがって、 $C = B$ は誤りです。

中学校で学んだ、「二等辺三角形の2つの底角は等しい」そしてその逆である「2つの角が等しい三角形は二等辺三角形である」を思い出してください。

ここでもう一度、辺の大小と角の大小についてまとめておきましょう。

ABCにおいて	$AB = AC$	ならば	$B = C$	(図1)
	$AB > AC$	ならば	$B < C$	(図2)
	$AB < AC$	ならば	$B > C$	(図3)



#### 誤答例3のつまずきの分析【14-3】

辺の大小と角の大小の関係について思い違いをしたための誤答と思われます。

#### つまずきの解消

つまずきの解消【14-1】、【14-2】を参照してください。