

問題番号	問い	長さが $x, 3, 5$ である棒を使って三角形をつくりたい。 $x$ のとり得る値の範囲を求めなさい。							
13	正解	$2 < x < 8$							
誤答例		つまり原因	分析と解消						
1	無解答	三角形の成立条件を理解していない。	32ページ 【13-1】						
2	$0 < x < 8$	三角形の成立条件の理解が不十分である。	34ページ 【13-2】						
3	$0 < x$	「辺の長さは正」と考えて解答した。	34ページ 【13-2】						
4	$2 < x < 8$	三角形の成立条件を ( $b$ と $c$ の差) $< a <$ ( $b$ と $c$ の和)と間違えた。	34ページ 【13-3】						
<p>正解の解説</p> <p>3つの棒の長さを <math>a, b, c</math> とするとき、          三角形ができる条件は、(<math>b</math>と<math>c</math>の差) <math>&lt; a &lt;</math> (<math>b</math>と<math>c</math>の和) であるから、  <math>(5 - 3) &lt; x &lt; 5 + 3</math> より <math>2 &lt; x &lt; 8</math></p> <p>ここで(<math>b</math>と<math>c</math>の差)とは、<math>b - c</math>の絶対値 <math> b - c </math>          すなわち、<math>b &gt; c</math> のときは <math>b - c</math> を、<math>b &lt; c</math> のときは <math>c - b</math> を考えることとする。</p>									
練習	3つの線分の長さが次のようなとき、三角形ができないものをすべて選びなさい。 <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="text-align: center;">1, 5, 7</td> <td style="text-align: center;">3, 6, 8</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">1, 9, 9</td> <td style="text-align: center;">1, 2, 3</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">5, 12, 13</td> <td></td> </tr> </table>			1, 5, 7	3, 6, 8	1, 9, 9	1, 2, 3	5, 12, 13	
1, 5, 7	3, 6, 8								
1, 9, 9	1, 2, 3								
5, 12, 13									
解答	と								

誤答例 1 のつまずきの分析【13 - 1】

三角形ができるための辺の長さの条件を理解していないため、無解答であると思われます。

つまずきの解消

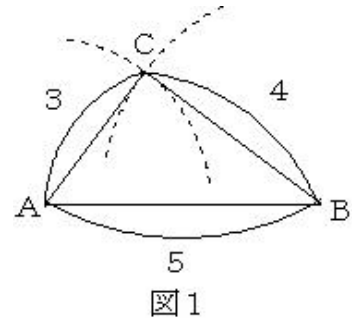
3つの数が与えられたとき、ある条件を満たしていれば、それらを3辺の長さとする三角形をつくることができます。その条件について、問題13を通して考えてみましょう。

例えば、 $x = 4$  とすると、3辺の長さが3, 4, 5となり、この三角形を次のようにかくことができます。(定規とコンパスを用いてかきます。)

ABCの作図のしかた(図1)  
( $AC = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $AB = 5$ とします。)

まず、 $AB = 5$ の線分を引き、点A, Bを中心に、半径が3, 4の円をそれぞれかきます。このとき、2つの円の交点を点Cとすれば、図1のようにABCがかけます。

注：点Cは辺ABの下側にもできます。



同様にして、 $AC = 3$ ,  $BC = x$ ,  $AB = 5$ である三角形を作図し、三角形ができるための $x$ の条件について考えてみます。

図2のように、まず、 $AB = 5$ の線分を引き、点Aを中心に半径3の円をかきます。次に円上に点Cをとり、点Aと結べば長さ3の辺ACがかけます。また、この点Cと点Bを結べば、辺BCとなり、この長さが $x$ となります。

このとき、矢印の向きに円上の点Cを動かしていくと、 $x$ はしだいに小さくなっていきますが、三角形ができているときは、 $x$ は2より大きいはずです。(2以下になると三角形はできません。)ここで、2は、2辺の差 $5 - 3$ として求まる値です。

また、図3で矢印の向きに円上の点Cを動かしていくと、 $x$ は大きくなっていきますが、三角形ができているときは、 $x$ は8より小さいはずです。(8以上になると三角形はできません。)ここで、8は、2辺の和 $5 + 3$ として求まる値です。

したがって、長さが $x$ , 3, 5の3つの線分で三角形ができる条件は、 $x$ の大きさが次の範囲のときです。

$$(5 - 3) < x < (5 + 3) \quad \text{すなわち、} 2 < x < 8$$

2辺の差                      2辺の和

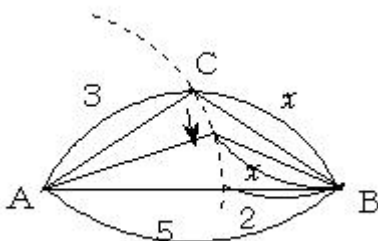


図2

BCの長さ $x$ が短くなっていきます。

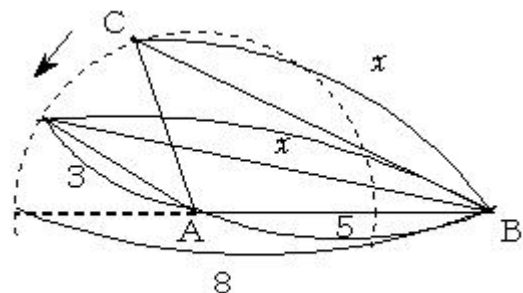


図3

BCの長さ $x$ が長くなっていきます。

一般に、三角形ができる条件は次のようにまとめることができます。

三角形ができる条件

3つの数  $a, b, c$  について

$(b \text{ と } c \text{ の差}) < a < (b \text{ と } c \text{ の和}) \cdots ( )$  が成り立つとき、  
3辺の長さが  $a, b, c$  の三角形をかくことができる。

注：ここで  $(b \text{ と } c \text{ の差})$  とは、 $b - c$  の絶対値  $|b - c|$ 、つまり、  
 $b > c$  のときは  $b - c$  を、 $b < c$  のときは  $c - b$  を考えることとする。

この三角形ができる条件式  $( )$  を使って、練習問題の解説をします。

(ア) 3辺の長さが 1, 5, 7 である三角形はできない。

理由：条件式  $( )$  にあてはめると、 $(5 \text{ と } 7 \text{ の差}) < 1 < (5 \text{ と } 7 \text{ の和}) \cdots (1)$

(1) は書き換えると、 $2 < 1 < 12$  であるが、線の方の不等式は成り立たないので、  
三角形はできない。

この条件式を使うときは、どの線分の長さを不等式の真ん中に書いても判定することができます。よって、次のように説明することもできます。

5 を真ん中に書いた場合

$(1 \text{ と } 7 \text{ の差}) < 5 < (1 \text{ と } 7 \text{ の和}) \cdots (2)$   $6 < 5 < 8$

線は成り立たないので、 三角形はできない。

7 を真ん中に書いた場合

$(1 \text{ と } 5 \text{ の差}) < 7 < (1 \text{ と } 5 \text{ の和}) \cdots (3)$   $4 < 7 < 6$

線は成り立たないので、 三角形はできない。

条件式(1)、(2)、(3)は、すべてを調べる必要はありません。この中のどれか1つを調べて、成り立つのか、あるいは成り立たないのかを調べれば、「三角形ができる」「三角形ができない」の判定ができます。

(イ) 3辺の長さが 3, 6, 8 である三角形はできる。

理由：3 を真ん中に書いて、条件式  $( )$  にあてはめると、

$(6 \text{ と } 8 \text{ の差}) < 3 < (6 \text{ と } 8 \text{ の和})$   $2 < 3 < 14$

この不等式は成り立つので、三角形はできる。

注：6 や 8 を真ん中にかいても、条件式  $( )$  の不等式は成り立ちます。

(参考) 三角形の辺の長さについては、次の3つの不等式を利用することもあります。

三角形の辺の長さについて

3辺の長さを  $a, b, c$  とするとき、

$a < b + c$  かつ  $b < c + a$  かつ  $c < a + b \cdots ( *)$  が成り立つ。

……「三角形のどの辺の長さも、他の2辺の和より小さい」

条件式  $( *)$  を三角形ができる条件式として利用すると、問題 13 の解答は次のようになります。

三角形ができるためには、

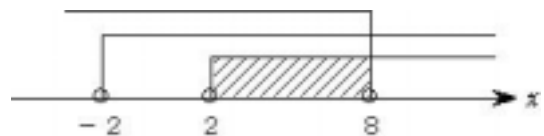
$x < 3 + 5 \cdots$

$3 < x + 5 \cdots$

$5 < x + 3 \cdots$  が成り立てばよい。

より、 $x < 8$  より、 $-2 < x$

したがって、 $2 < x < 8$



より、 $2 < x$

#### 誤答例 2 , 3 のつまずきの分析【 1 3 - 2 】

三角形ができるためには、「辺の長さは正である」ことが必要です。(これは「必要条件」ということです。)このことには注意できていますが、三角形ができる条件式( ) (これは「必要十分条件」になります。)の理解が不十分であるため、誤答になったと思われる。

#### つまずきの解消

三角形ができる条件式( )は次の枠内のように書き換えることができます。これを十分理解し、活用できるようにしておくとういと思います。

三角形の辺の長さについて  
「1 辺の長さは、他の 2 辺の長さの和よりも小さく、差よりも大きい」  
が成り立つ

「他の 2 辺の長さの和より小さい」だけでなく、もう一方の条件「他の 2 辺の長さの差より大きい」を忘れないようにしましょう。つまずきの解消【 1 3 - 1 】に、この条件が成り立たなければ三角形ができないことについて説明してあります。

#### 誤答例 4 のつまずきの分析【 1 3 - 3 】

三角形ができる条件の不等号について、 $<$ と  $>$  を間違えて覚えていたため、誤答になったと思われる。

#### つまずきの解消

あいまいに理解している公式や定理を使って解答した場合は、自分の求めた解が本当に正しいかどうかを振り返って検証することが大切です。このような態度を身に付けることがつまずきをなくすことにつながります。図をかいて、 $x = 2$  や  $x = 8$  では三角形ができないことを確かめてみましょう。