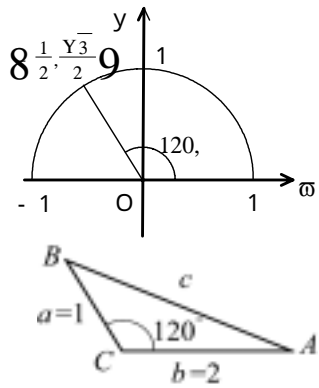


問題番号	問い	次の値を求めなさい。 (1) $\cos 120^\circ$ (2) $\triangle ABC$ において、 $a = 1, b = 2, C = 120^\circ$ のときの c
10	正解	(1) $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$, (2) $c = \sqrt{7}$
誤答例		つまずき原因
1	無解答	三角比の値の求め方を理解していない。条件を見てもどの定理を利用するか判断できない。
2	$-\frac{1}{2}, 7$	c^2 を c の答えとした。
3	$-\frac{1}{2}, \sqrt{3}$ または 3	余弦定理を $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$ とした。
4	$\frac{1}{2}, \sqrt{3}$ または 3	$\cos 120^\circ$ を $\frac{1}{2}$ として計算した。
5	$\frac{1}{2}, \sqrt{7}$ または 7	$\cos 120^\circ$ を $\frac{1}{2}$ とし、余弦定理を $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$ として計算した。
正解の解説		
単位円の座標を利用して $\cos 120^\circ = -\frac{1}{2}$ また、余弦定理 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$ より $c^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \times 1 \times 2 \times \cos 120^\circ = 7$ $c > 0 \text{ より, } c = \sqrt{7}$		 <p>The diagram consists of two parts. The top part shows a unit circle on a Cartesian coordinate system with x-axis labeled 'x' and y-axis labeled 'y'. The origin is 'O'. A point is marked at an angle of 120 degrees from the positive x-axis. The coordinates of this point are given as $(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$. The bottom part shows a triangle with vertices labeled B, C, and A. Side BC is labeled 'a=1', side CA is labeled 'b=2', and the angle at vertex C is labeled '120 degrees'. The side opposite to C is labeled 'c'.</p>
練習	$\triangle ABC$ において、次のものを求めなさい。 (1) $a = 5, c = 8, B = 60^\circ$ のとき、 b (2) $b = 2, c = \sqrt{3}, A = 150^\circ$ のとき、 a	
解答	(1) $b = 7$ (2) $a = \sqrt{13}$	

誤答例 1 のつまずきの分析【10 - 1】

正弦定理や余弦定理が理解できていないので、条件を見てもどれを利用するのか、また、どうやって利用すればよいかかわからないと考えられます。

つまずきの解消

余弦定理と三平方の定理

中学 3 年生で学習した「三平方の定理」は

A を直角とする直角三角形 ABC において

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

が成り立つというものです。

これは余弦定理

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A \dots (*)$$

において、 $A = 90^\circ$ とすると、 $\cos A = 0$ となるので

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot 0$$

となって、得られる

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

と一致します。

また、 $A < 90^\circ$ の場合、 $\cos A > 0$ より、

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A \text{ から}$$

$$BC^2 < AB^2 + AC^2,$$

さらに、 $A > 90^\circ$ の場合、 $\cos A < 0$ より、

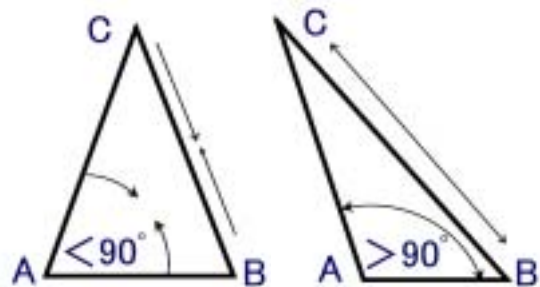
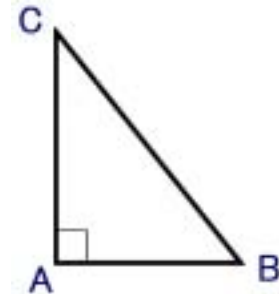
$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A \text{ から}$$

$$BC^2 > AB^2 + AC^2$$

となります。

A が鋭角(直角より小さく)になった場合は、A の対辺の 2 乗が、他の 2 辺の 2 乗の和より小さくなり、鈍角(直角より大きく)になった場合は、A の対辺の 2 乗が、他の 2 辺の 2 乗の和より大きくなることもわかります。

このように、三平方の定理は直角三角形の場合にのみ成り立つ余弦定理の特別な形だといえます。したがって、三平方の定理で斜辺の長さを他の 2 辺の長さから求めるのと同じように、余弦定理で、二辺とその間の角から対辺の長さを求めると理解すればよいのです。



誤答例 2 のつまずきの分析【10 - 2】

左辺の 2 乗を見落としたために、そのまま解答としてしまったと考えられます。

つまずきの解消

余弦定理の左辺は 2 乗がついているので、そのままでは対辺の長さは求まりません。

対辺の長さは、その平方根になりますが、辺の長さですから、当然正の方が求める長さとなります。公式を正しく理解するとともに、その利用方法をしっかりと身に付けてください。

誤答例 3 のつまずきの分析【10 - 3】

公式を $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$ としてしまったため、右辺の値が間違ってしまったと考えられます。

つまずきの解消

【10 - 1】で示したように、 A が鋭角(直角より小さく)になった場合は、 A の対辺の2乗が、他の2辺の2乗の和より小さくなるはずですが、(*)の右辺の第3項の前がプラスになっていると、 $\cos A > 0$ なので、第3項の分だけ逆に大きくなってしまいます。鈍角(直角より大きく)になった場合は、 $\cos A < 0$ なので、 A の対辺の2乗が、他の2辺の2乗の和より小さくなってしまいます。鋭角三角形や鈍角三角形の辺の長さが、直角三角形の辺の長さ比べてどういう関係かを考えれば、公式の中の符号も間違わないでしょう。

誤答例 4 のつまずきの分析【10 - 4】

三角比の値を間違えたため、右辺の値が違ってしまったと考えられます。

つまずきの解消

与えられた角度の単位円上での位置関係とその座標を、正しく理解する必要があります。三角比の値の求め方は、つまずきの分析【5 - 1】(10ページ)を参考にしてください。

誤答例 5 のつまずきの分析【10 - 5】

公式を $c^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cos C$ とし、さらに三角比の値を間違えたため、右辺の値は正しい値と一致し、辺の長さは求められたように見えますが、これでは正解とはいえません。

つまずきの解消

三角比の値の求め方と、余弦定理の公式の利用法を、正しく理解する必要があります。三角比の値の求め方は、つまずきの分析【5 - 1】(10ページ)を、余弦定理の公式の利用法は、つまずきの分析【10 - 1】を参考にしてください。