

誤答例 1, 2, 3, 4 のつまずきの分析【5 - 1】

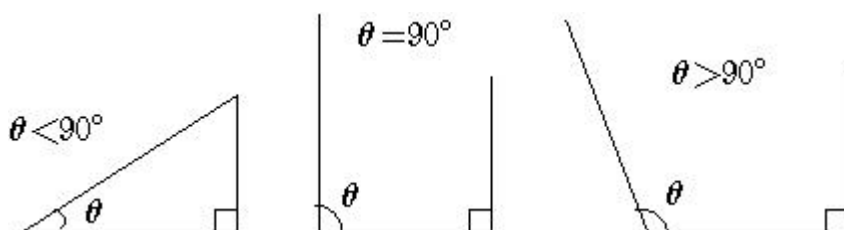
鈍角の三角比を理解していないと考えられます。

つまずきの解消

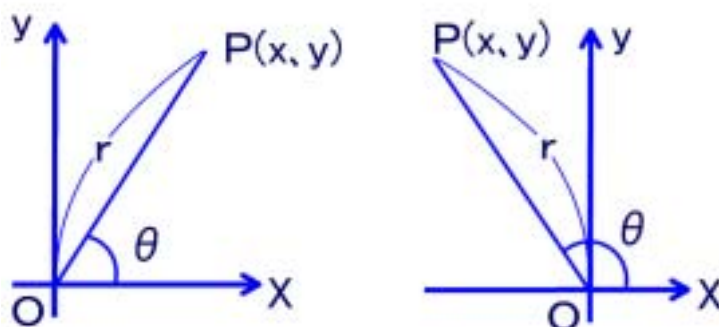
これまで三角比は、直角三角形における、斜辺、底辺、高さを用いて考えていましたが、この方法だと下図のように角度が 90° や 90° より大きい場合は、直角三角形が出来ないので、三角比を計算することは出来ません。

鈍角の三角比は次のように考えます。

三角比の拡張...直角三角形で考える鋭角の三角比から座標で考える新しい三角比へ



右図のように、座標平面上の線分 OP の長さが r で点 P の座標が (x, y) 、 x 軸の正の部分から左回りに線分 OP まで測った角の大きさを θ とします。このとき、三角比を次のように計算すると決めます。



$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

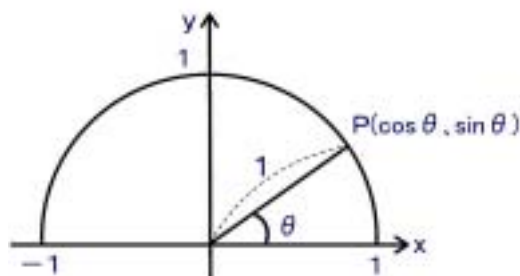
そうすれば、 θ が 90° を越えても、線分 OP の位置により、点 P の座標が決まり、そのときの x, y, r の値により、三角比が計算できます。

さらに、 r の値を 1 に固定してしまうと、

$$\sin \theta = \frac{y}{1} = y, \quad \cos \theta = \frac{x}{1} = x$$

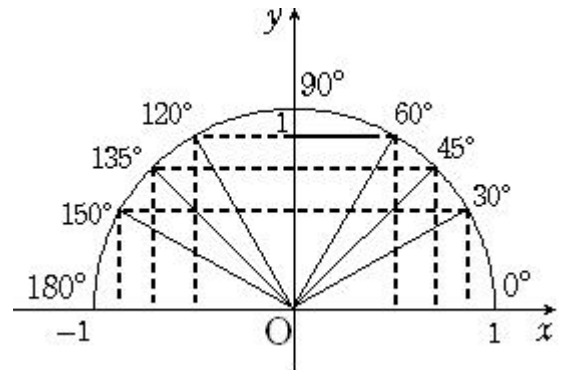
となり、P の y 座標がサイン、 x 座標がコサインを表すこととなります。

また、 r を 1 に固定するという事は、P は常に原点を中心とする半径 1 の円(これを単位円という)の円周上を動くこととなります。つまり、右図のように、単位円の円周上の y 座標がサイン、 x 座標がコサインとなります。



そして、タンジェントは $\text{タンジェント} = \frac{\text{サイン}}{\text{コサイン}}$ で求まるのです。

最後に 0° から 180° までの主な角度のサイン、コサイン、タンジェントをまとめて確認しておきましょう。



θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	なし	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0