

問題番号	問い	2 次関数 $y = x^2 - 5x + 6$ と x 軸との共有点の座標を求めなさい。	
18	正解	$(2, 0), (3, 0)$	
誤 答 例		つ ま ず き 原 因	分析と解消
1	無解答	共有点の求め方を理解していない。	53 ページ 【18 - 1】
2	$(2, 3)$	方程式の解を, 座標と間違えた。	53 ページ 【18 - 1】
3	$x = 2, 3$	方程式の解を求めてしまった。	53 ページ 【18 - 1】
4	$(-2, 0), (-3, 0)$	$(x - 2)(x - 3) = 0$ より, $x = -2, -3$ と間違えた。 または, 因数分解を間違えた。	54 ページ 【18 - 2】
5	$(-1, 0), (6, 0)$	因数分解を間違えた。	54 ページ 【18 - 2】
正解の解説 $x^2 - 5x + 6 = 0 \text{ とおくと,}$ $(x - 2)(x - 3) = 0$ より $x = 2, 3$ よって, x 軸との共有点の座標は, $(2, 0), (3, 0)$ となる。			
練習	次の 2 次関数と x 軸との共有点の座標を求めなさい。 $(1) y = x^2 - 5x - 6$ $(2) y = x^2 - 6x - 5$ $(3) y = 4x^2 - 4x + 1$ $(4) y = x^2 - 4x + 5$		
解答	$(1) (-1, 0), (6, 0)$ $(2) (3 - \sqrt{14}, 0), (3 + \sqrt{14}, 0)$ $(3) \left(\frac{1}{2}, 0\right)$ $(4) \text{ 共有点はない}$		

誤答例 1 , 2 , 3 のつまずきの分析【18 - 1】

x 軸との共有点とはどのような点であり，どうすれば求められるかを理解していないため，無解答であったり，表し方を間違えたと思われます。

つまずきの解消

- x 軸との共有点とは

$y = x^2 - 5x + 6$ のグラフをかいてみましょう。

$$y = \left(x - \frac{5}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} \text{ と変形できるので，グラフ}$$

は右図のようになります。

x 軸との共有点とは，このグラフが x 軸と交わっている(接する場合もあります)点のことです。

グラフより x 軸との共有点が 2 個あることがわかります。

また，このグラフが通る点を $y = x^2 - 5x + 6$ の x にいくつか値を代入して調べてみると，

$$x = 0 \text{ のとき } y = 0^2 - 5 \times 0 + 6 = 6$$

$$x = 1 \text{ のとき } y = 1^2 - 5 \times 1 + 6 = 2$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = 2^2 - 5 \times 2 + 6 = 0$$

$$x = 3 \text{ のとき } y = 3^2 - 5 \times 3 + 6 = 0$$

$$x = 4 \text{ のとき } y = 4^2 - 5 \times 4 + 6 = 2$$

$$x = 5 \text{ のとき } y = 5^2 - 5 \times 5 + 6 = 6$$

となって，これを表にしてみると，

x	0	1	2	3	4	5
y	6	2	0	0	2	6

となります。

x 軸上の点は y 座標が 0 なので， x 軸との共有点の座標は， $(2, 0)$ ， $(3, 0)$ であることがわかります。

- これを計算で求めるにはどうしたらよいでしょうか。

$y = x^2 - 5x + 6$ の x に，2 と 3 を代入したら y の値が 0 になり，それが x 軸との共有点になります。逆に y の値が 0 になるような x の値を探すが， x 軸との共有点の x 座標を求めることになります。

どんな x の値を代入すれば $x^2 - 5x + 6$ の値が 0 になるのかを求めるには， $x^2 - 5x + 6 = 0$ となる x の値を求めること，つまりこの 2 次方程式を解けばよいのです。

2 次方程式の解法については，つまずきの分析【18 - 2】(54 ページ)を参照してください。

誤答例 4 , 5 のつまずきの分析【18 - 2】

2 次方程式の解き方をよく理解していないので， x 軸との共有点の座標の値を間違えたと考えられます。

つまずきの解消

○ 2 次方程式の解き方

すべての項を左辺に移項して簡単にしたとき，左辺が x の 2 次式になる方程式

$$ax^2 + bx + c = 0$$

の形になる方程式を， x についての 2 次方程式といいます。

2 次方程式を成り立たせる x の値を，その 2 次方程式の解といい，すべての解を求めることを，その 2 次方程式を解くといいます。

2 つの数 A ， B について，次のことがいえる。

$$AB = 0 \quad \text{ならば,} \quad A = 0 \quad \text{または} \quad B = 0$$

2 次方程式を解くには，このことを利用します。左辺の 2 次式を 1 次式と 1 次式の積に因数分解することができれば，その 2 次方程式は容易に解くことができます。

つまり， $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ ならば， $x - \alpha = 0$ または $x - \beta = 0$ なので
 $x = \alpha$ または $x = \beta$
となり，解が求められます。

本問の場合は， $x^2 - 5x + 6 = 0$ を解くのため，左辺を因数分解して，

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x - 2 = 0 \quad \text{または} \quad x - 3 = 0$$

$$x = 2 \quad \text{または} \quad x = 3$$

となり，解が求められます。

○ 因数分解について

1 つの式をいくつかの単項式や多項式の積の形に表すとき，その 1 つ 1 つの式を，もとの式の因数といいます。

多項式を因数の積の形に表すことを，その多項式を因数分解するといいます。因数分解は，積の展開を逆にみたものです。

$x^2 - 5x + 6$ の因数分解のしかたを考えてみましょう。

因数分解は積の展開を逆にみたものですから，式の形に注目すると， $x^2 - 5x + 6$ は，次のように因数分解できます。

$$x^2 - 5x + 6 = (x + a)(x + b)$$

ここで右辺を展開すると，

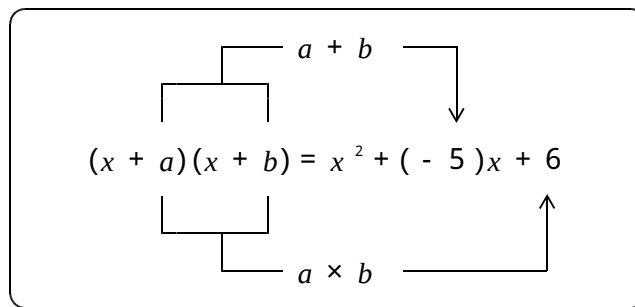
$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

であるから，

$$a + b = -5, \quad ab = 6$$

となるような a, b を見つければよいのです。

すなわち，和が -5 ，積が 6 である a, b を求めればよいことがわかります。



和が， - 5 ，積が 6 である 2 つの数を右のよ
うな表で考えると，
その 2 つの数は， - 2 と - 3 であることが分か
ります。

$a = - 2$ ， $b = - 3$ とおくと，

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$$

と因数分解できます。

積が 6	和
1 と 6	7
2 と 3	5
- 1 と - 6	- 7
- 2 と - 3	- 5

因数分解の公式

$$x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$$