

問題番号	問い	グラフが次の条件を満たす 2 次関数を求めなさい。 3 点 (- 2 , 9) , (1 , - 6) , (4 , - 3) を通る		
1 7	正解	$y = x^2 - 4 x - 3$		
誤 答 例		つ ま ず き 原因		分析と解消
1	無解答	・ $y = a x^2 + b x + c$ において連立方程式を立てたが、解くことができなかった。 ・ $y = a(x - p)^2 + q$ において連立方程式を立てたが、解くことができなかった。		5 0 ページ 【 1 7 - 1 】
2	$y = -7 x^2 + 36 x - 35$	$x = -2$ を代入するところを、間違っ て 2 を代入した。		5 1 ページ 【 1 7 - 2 】
3				
4				
5				
正解の解説 求める 2 次関数を $y = a x^2 + b x + c$ とおくと、このグラフが、 点 (- 2 , 9) を通るから、$9 = 4 a - 2 b + c$ 点 (1 , - 6) を通るから、$- 6 = a + b + c$ 点 (4 , - 3) を通るから、$- 3 = 1 6 a + 4 b + c$ c を消去します。 、 の連立方程式を解けばよい。 - から、$a - b = 5$ - から、$2 a + b = - 2$ + から、$3 a = 3$ すなわち、$a = 1$ これを、 に代入して、$b = - 4$, $c = - 3$ ゆえに、求める 2 次関数は、$y = x^2 - 4 x - 3$				
練習	グラフが次の条件を満たす 2 次関数を求めなさい。 (1) 3 点 (- 1 , 8) , (2 , 2) , (3 , 4) を通る。 (2) 3 点 (- 1 , 7) , (1 , 5) , (2 , 1 3) を通る。			
解答	(1) $y = x^2 - 3 x + 4$ (2) $y = 3 x^2 - x + 3$			

誤答例 1 のつまずきの分析【17 - 1】

連立 3 元 1 次方程式の解き方が理解できていないか、または連立 3 元 2 次方程式の解き方がわからなかったと考えられます。

つまずきの解消

- まず、連立 2 元 1 次方程式の解法について、復習してみよう。次のような連立方程式を連立 2 元 1 次方程式といいます。

$$\begin{cases} 5a - 2b = 24 \cdots \cdots \\ 3a + b = 10 \cdots \cdots \end{cases}$$

この連立方程式を解くには、2 通りの方法があります。

<加減法>

、の両辺を何倍かして、加えたり、引いたりすることによって、1 つの文字を消去し、残った文字についての 1 次方程式を解いて解を求める方法です。

解法

の両辺に 2 をかけると、

$$6a + 2b = 20 \cdots \cdots$$

と ' を加えると、

$$11a = 44 \quad a = 4$$

$a = 4$ を ' へ代入すると、

$$b = 10 - 3 \times 4 = -2$$

$$a = 4, b = -2$$

<代入法>

一方の方程式を一つの文字について解き、他方の方程式に代入することによって、一つの文字を消去する方法です。そして、残った文字についての 1 次方程式を解いて解を求める方法です。

解法

から b について解くと、

$$b = 10 - 3a \cdots \cdots$$

' を ' へ代入すると、

$$5a - 2(10 - 3a) = 24$$

$$11a = 44 \quad a = 4$$

$a = 4$ を ' へ代入すると、

$$b = 10 - 3 \times 4 = -2$$

$$a = 4, b = -2$$

連立 3 元 1 次方程式を解く場合は、まず 1 つの文字を消去し、2 つの文字についての連立方程式を導いて、これを解けばよいのです。その解法としては、主に加減法と代入法の 2 通りの方法があります。次の問題について、2 通りの方法で解いてみよう。

$$\begin{cases} 4a - 2b + c = 9 & \cdots \cdots \\ a + b + c = -6 & \cdots \cdots \\ 16a + 4b + c = -3 & \cdots \cdots \end{cases}$$

<加減法>

文字 c に着目して、 c を消去する。

- から、 $3a - 3b = 15$

両辺を 3 で割ると、 $a - b = 5 \cdots \cdots$

- から、 $-12a - 6b = 12$

両辺を -6 で割ると、

$$2a + b = -2 \cdots \cdots$$

+ から、 $3a = 3 \quad a = 1 \cdots \cdots$

$a = 1$ を ' へ代入する、

$$1 - b = 5 \quad b = -4$$

$a = 1, b = -4$ を ' へ代入すると、

$$4 \times 1 - 2 \times (-4) + c = 9$$

$$c = -3$$

$$a = 1, b = -4, c = -3$$

<代入法>

文字 c に着目して、 c について解き、' へ代入する。

から、 $c = 9 - 4a + 2b \cdots \cdots$

' を ' へ代入すると、

$$a + b + (9 - 4a + 2b) = -6$$

これを整理すると、

$$a - b = 5 \cdots \cdots$$

' を ' へ代入すると、

$$16a + 4b + (9 - 4a + 2b) = -3$$

これを整理すると、

$$-2a - b = 2 \cdots \cdots$$

から、 $b = a - 5 \cdots \cdots$

を ' へ代入すると、

$$-2a - (a - 5) = 2 \quad -3a = -3$$

$$a = 1$$

$a = 1$ を ' へ代入すると、 $b = -4$

$a = 1, b = -4$ を ' へ代入すると

$$c = -3$$

$$a = 1, b = -4, c = -3$$

<参考>

無解答 の場合について，解答例を述べることにします。

- 求める2次関数を $y = a(x - p)^2 + q$ とおいた場合の解法について考えてみよう。

グラフが点 $(-2, 9)$ を通ることから，

$$9 = a(-2 - p)^2 + q \cdots \cdots$$

グラフが点 $(1, -6)$ を通ることから，

$$-6 = a(1 - p)^2 + q \cdots \cdots$$

グラフが点 $(4, -3)$ を通ることから，

$$-3 = a(4 - p)^2 + q \cdots \cdots$$

<解法>

$$\text{ - から, } 15 = a(-2 - p)^2 - a(1 - p)^2 = a(3 + 6p)$$

$$a(1 + 2p) = 5 \cdots \cdots$$

$$\text{ - から, } 12 = a(-2 - p)^2 - a(4 - p)^2 = a(-12 + 12p)$$

$$a(-1 + p) = 1 \cdots \cdots$$

() $p \neq 1$ のとき

$$\text{ から, } a \square \frac{1}{p \square 1} \cdots \cdots$$

を $p \square 1$ へ代入して分母を払うと， $5p - 5 = 1 + 2p$ $p = 2$

$p = 2$ を へ代入すると， $a = 1$

$$a = 1, p = 2 \text{ を へ代入すると, } 9 = 16 + q \quad q = -7$$

() $p = 1$ のとき

， へ代入すると， $9a + q = 9$ ， $9a + q = -3$ となり適しません。

以上より， $y = (x - 2)^2 - 7 = x^2 - 4x - 3$ となり，このグラフは，与えられた3点を通ることがわかる。

$$y = x^2 - 4x - 3$$

誤答例2のつまずき分析【17 - 2】

$x = -2$ を代入するところを，間違っ2を代入したと考えられます。

つまずきの解消

- 式を処理する場合には，十分注意を払うことが大切です。