

問題番号	問い	グラフが次の条件を満たす，2次関数を求めなさい。 軸が直線 $x = 3$ で、2点 $(1, -5), (2, 1)$ を通る	
16	正解	$y = -2x^2 + 12x - 15$	
誤答例		つまり原因	分析と解消
1	無解答	<ul style="list-style-type: none"> ・ 2次関数が，$y = a(x - p)^2 + q$ と表現できることが理解できていない。 ・ 軸が、直線 $x = 3$ であることから，頂点の座標が3であることが理解できていない。 ・ 2次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とおいて，a, b, c の関係式を立てたところで止まった。 	48ページ 【16-1】
2	$y = \frac{2}{3}(x + 3)^2 - \frac{47}{3}$	求める2次関数を $y = a(x + 3)^2 + q$ とおいた。	48ページ 【16-2】
3			
4			
5			
<p>正解の解説</p> <p>軸が直線 $x = 3$ であるから，求める2次関数は，$y = a(x - 3)^2 + q$ と表わされる。このグラフが2点 $(2, 1), (1, -5)$ を通るから、</p> $\begin{aligned} 1 &= a + q \cdots \cdots & -5 &= 4a + q \cdots \cdots \\ \end{aligned}$ <p>この連立方程式を解けばよい。</p> <p>①より，$6 = -3a \quad a = -2$</p> <p>$a = -2$ を②へ代入すると，$1 = -2 + q \quad q = 3$</p> <p>したがって，求める2次関数は $y = -2(x - 3)^2 + 3$ $= -2x^2 + 12x - 15$</p>			
練習	グラフが次の条件を満たす2次関数を求めなさい。 軸が直線 $x = 2$ で，2点 $(1, -2), (4, 4)$ を通る。		
解答	$y = 2(x - 2)^2 - 4 = 2x^2 - 8x + 4$		

誤答例1のつまずきの分析【16-1】

軸が直線 $x = 3$ であることは、頂点の座標が3であるということです。このことから、2次関数は、 $y = a(x - 3)^2 + q$ とおくことができます。このことが理解できていないと考えられます。

また、求める2次関数を $y = ax^2 + bx + c$ とおいて、次のような a, b, c の関係式をつくったところで止まったと考えられます。

$$= 1 \text{ のとき } y = -5 \text{ であることから, } a + b + c = -5 \dots$$

$$= 2 \text{ のとき } y = 1 \text{ であることから, } 4a + 2b + c = 1 \dots$$

つまずきの解消

2次関数が、 $y = a(x - p)^2 + q$ の形に表すことができることについては、つまずきの分析と解消【8-1】(25ページ)を参照してください。

軸が直線 $x = 3$ であるということは、2次関数のグラフが、この直線に関して対称になっていることを意味しています。この直線は、点(3, 0)を通り y 軸に垂直な直線を表わしています。だから、頂点はこの直線上にあるので、3は頂点の座標を表わすこととなります。

このことから、頂点座標を(3, q)とおけば、求める2次関数は、

$$y = a(x - 3)^2 + q \text{ とおくことができます。}$$

<参考>

2次関数を $y = ax^2 + bx + c$ と置いて、次のような a, b, c の関係式を立てたところで止まった場合については、

$$a + b + c = -5 \dots$$

$$4a + 2b + c = 1 \dots$$

2次関数 $y = ax^2 + bx + c$ の軸は直線 $x = -\frac{b}{2a}$ であることがわかります。

よって、 $-\frac{b}{2a} = 3$ となることから、 $-b = 6a$

ゆえに、 $b = -6a \dots$ となります。

以上のことから、 a, b, c の連立3元一次方程式を解いて、 a, b, c の値を求めればよいこととなります。

$$\text{- より, } 3a + b = 6 \dots$$

$$\text{をへ代入して, } 3a - 6a = 6 \quad -3a = 6 \quad a = -2$$

$$a = -2 \text{ をへ代入して, } b = 12$$

$$a = -2, b = 12 \text{ をへ代入すると, } -2 + 12 + c = -5 \quad c = -15$$

以上より、求める2次関数は、 $y = -2x^2 + 12x - 15$

誤答例2のつまずきの分析【16-2】

軸の方程式が $x = 3$ であることから、頂点の座標が3であることは分かっていると思われませんが、 $y = a(x - 3)^2 + q$ と表されることが理解できていないと考えられます。

つまずきの解消

つまずきの分析と解消【15-1】(45ページ)を参照してください。