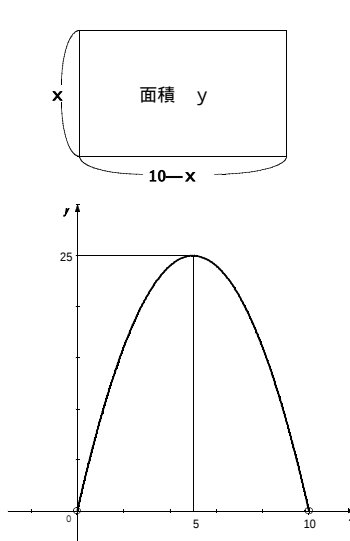


問題番号	問い	周の長さが20 cm の長方形において、縦の長さを x cm のときの面積を y cm^2 とすると y は x の関数である。 この関数を表す式と定義域を求めなさい。	
14	正解	$y = -x^2 + 10x$ (または, $x(10 - x)$) $0 < x < 10$	
誤 答 例		つ ま ず き 原 因	分析と解消
1	無解答	横の長さがわからないので、面積が求められない。	43 ページ 【14-1,2】
2	$y = x(10 - x)$	定義域がわからない。	43 ページ 【14 - 2】
3	$y = x(20 - x)$ $0 < x < 20$	横の長さを正確に求めることができない。	43 ページ 【14-1,2】
4	$y = x(10 - x)$ $0 < x$	横の長さが正であることに気づいていない。	43 ページ 【14 - 2】
5	$y = x(10 - x)$ $0 \leq x \leq 10$	長方形のできる条件を「各辺の長さが0以上」と考えた。	43 ページ 【14 - 2】
正解の解説 長方形の縦の長さを x とすると、 横の長さは $10 - x$ となる。 辺の長さは正だから、$x > 0$ かつ $10 - x > 0$ すなわち、$0 < x < 10$ したがって長方形の面積は $y = x(10 - x)$ 定義域は $0 < x < 10$ 【発展】 このとき、 $y = -x^2 + 10x = -(x - 5)^2 + 25$ なので $0 < x < 10$ より y は $x = 5$ で最大値25をとる。 したがって、面積が最大となるのは1辺の長さが5 cm の正方形のときである。			
			
練習	上の問いで、周の長さを16 cm とした場合について、関数を表す式と定義域を求めなさい。		
解答	$y = x(8 - x)$ $0 < x < 8$ 【発展】 $y = -x^2 + 8x = -(x - 4)^2 + 16$ したがって、縦の長さを4 cm にすると 面積が最大になる。		

誤答例 1, 3 のつまずきの分析【14 - 1】

横の長さがわからないので、面積が求められないと考えられます。

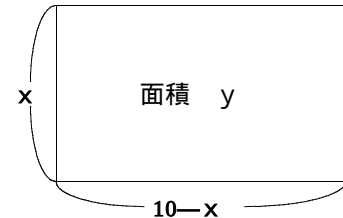
つまずきの解消

- 長方形の面積は、「縦の長さ×横の長さ」ですから、まず、横の長さを求める必要があります。周囲の長さが 20 cm なので『縦 + 横 = 10 cm 』となりますから、縦の長さを x とすると、横の長さは $10 - x$ となります。

したがって、長方形の面積は

$$y = x(10 - x) \text{ となります。}$$

- x のとり得る値の範囲については【14 - 2】で学習してください。



誤答例 1, 2, 3, 4, 5 のつまずきの分析【14 - 2】

「縦の長さも横の長さも正」という条件に気がついていないと思われます。

つまずきの解消

- 辺の長さが負や0では長方形をかくことはできません。長方形ができるためには「縦の長さも横の長さも正」という条件が成り立たなければなりません。
- したがって、縦の長さ $x > 0$
横の長さ $10 - x > 0$ より $x < 10$
よって、 x のとり得る値の範囲は、 $0 < x < 10$ となります。