

問題番号	問い	x の定義域を括弧のように定める 1 次関数について, y の値域を求めなさい。 $y = -2x + 3 \quad (-1 < x < 3)$	
3	正解	$-3 < y < 5$	
誤 答 例		つ ま ず き 原 因	分析と解消
1	無解答	y の値域の求め方を理解していない。	8 ページ 【 3 - 1 】
2	$y = -3, 5$	関数とその変域について理解していない。	10 ページ 【 3 - 2 】
3	$5 < y < -3$	両端の数を代入して, そのまま不等式で表現した。	10 ページ 【 3 - 2 】
4	$-3 < y < 5$	不等号の意味を理解していない。	10 ページ 【 3 - 2 】
5			
正解の解説 $y = -2x + 3$ のグラフは, y 軸上の切片が 3, 傾きが -2 (一定) の直線である。 $f(x) = -2x + 3$ とおけば, $f(-1) = -2 \cdot (-1) + 3 = 5$ $f(3) = -2 \cdot 3 + 3 = -3$ である。x の定義域は $-1 < x < 3$ だから $f(-1) = 5$ の値そのものはとらない。 よって $y = f(x)$ の値域は $-3 < y < 5$ となる。			
例題	x の定義域が括弧のような, 次の 1 次関数について, y の値域を求めよ。 (1) $y = 3x + 1 \quad (-1 < x < 2)$ (2) $y = -\frac{3}{2}x + 2 \quad (-4 < x < 2)$		
解答	(1) $-2 < y < 7$ (2) $-1 < y < 8$		

誤答例 1 のつまずきの分析【 3 - 1 】

以下の 3 つが考えられます。

- ・ 計算が正しく理解できていないと思われます。
- ・ 定義域，値域の意味がわかっていないと思われます。
- ・ y の値域の求め方を理解していないと思われます。

つまずきの解消

- 計算を復習する必要があります。
つまずきの分析と解消【 2 - 2 】(6 ページ) を参照して下さい。

- 変域，定義域，値域について理解する必要があります。

変数 x がとる値の範囲をその変数の **変域** といいます。

関数を表すには， x の変域を付記して，

$$y = 2x^2 \quad (x > 0)$$

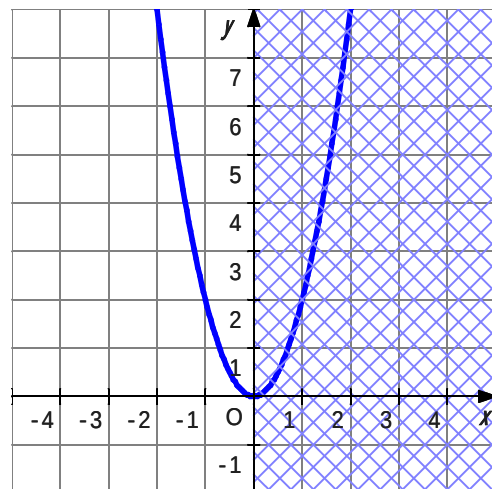
などと表します。

また，関数 $y = f(x)$ の x の変域を **定義域** といいます。

定義域が特に明示されていないときは， $f(x)$ が意味をもつような x の値の全体を定義域とするのが一般的です。

また， x が定義域のすべての値をとるとき，それに対応して y がとる値の範囲を **値域** といいます。

$y = 2x^2 \quad (x > 0)$ の値域は，グラフからもわかるように $y > 0$ です



- 関数のグラフを手がかりとして、値域を求めれば分かりやすいと思います。

次ページで一次関数のグラフのかき方を復習します。

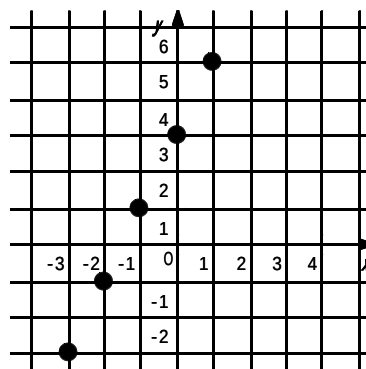
《一次関数のグラフのかき方》

例として一次関数 $y = 2x + 3$ のグラフをかいてみます。

適当な x の値とそれに対応する y の値を調べます。
そうすると以下のような表が出来ます。

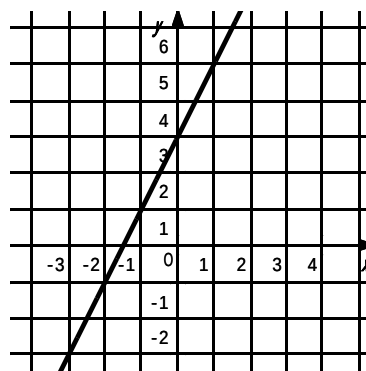
x	...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	-3	-1	1	3	5	7	9	...

x の値と y の値の組 (x, y) を座標とする点を
座標平面上にとります。



上の表を詳しくして、もっと多くの点をとって
いくと右のような直線になります。

この直線は $y = 2x + 3$ が成り立つような
 x, y の値の組 (x, y) を座標とする点の集まり
となっているのです。



<参考> 中学数学 問題番号7

誤答例 2, 3, 4 のつまずきの分析【3 - 2】

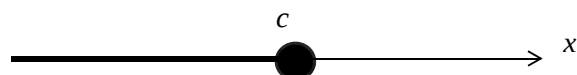
y の値域の求め方、つまり、数の大小関係およびその不等式による表現の仕方を正しく理解していないと思われます。

つまずきの解消

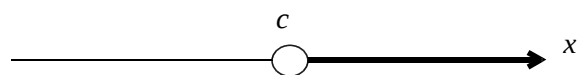
不等式と数直線との関係を復習しましょう。

不等式の解の集合は、不等式を $x \leq c$ や $x > c$ の形に変形すれば、数直線を用いて視覚的に捉えることができるのです。

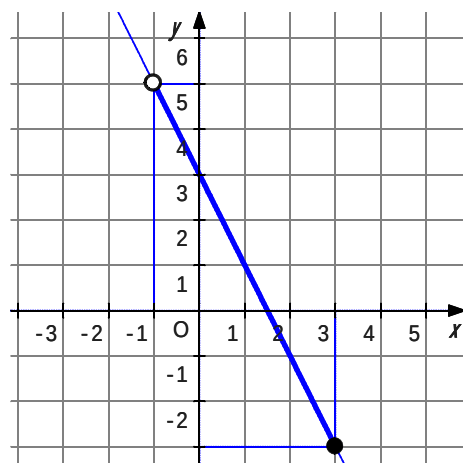
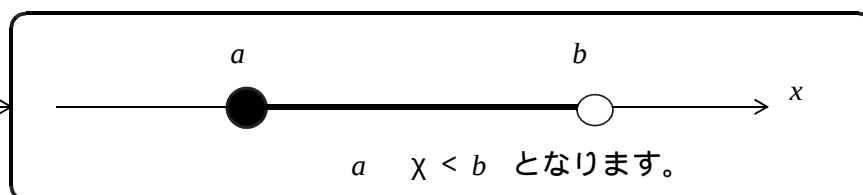
$x \leq c$ c 以下のすべての数の集合を表わします。数直線を用いて表現すれば次のようになります。



$x > c$ c より大きいすべての数の集合を意味します。数直線を用いて表現すれば次のようになります。この場合、 $x = c$ の値はとりません。



まとめて表記すると、数直線に対応させて、



右の図において、

x の定義域は $-1 < x \leq 3$ だから、 $y = f(x)$ の値域は $-3 \leq y < 5$ となります。

$y = -2x + 3$ のグラフは、 y 軸上の切片が 3、傾き -2 (単調減少) の直線である。

よって、定義域の両端を調べればよい。

$f(x) = -2x + 3$ とおけば、

$$f(-1) = -2 \cdot (-1) + 3 = 5$$

$$f(3) = -2 \cdot 3 + 3 = -3$$

である。ただし、 x の定義域は $-1 < x \leq 3$ だから、 $f(-1) = 5$ の値そのものとはとらない。

よって $y = f(x)$ の値域は $-3 \leq y < 5$ となります。