

問題番号	問い	2次不等式 $x^2 - 4x + 4 < 0$ を解きなさい。	
20	正解	$x = 2$	
誤答例		つまずき原因	分析と解消
1	無解答	2次不等式を解く意味を理解していない。	53ページ 【20-1】
2	$x = -2, 2$	因数分解が正しく出来ない。	21ページ 【8-1】
3	解なし	グラフは正しくかけたが、グラフと解の関係を理解していない。	53ページ 【20-1】
4	すべての実数	グラフは正しくかけたが、グラフと解の関係を理解していない。	53ページ 【20-1】
5	$x = 2$ 以外のすべての実数	不等号の向きを逆に捉えている。	54ページ 【20-2】
<p>正解の解説</p> <p>$y = x^2 - 4x + 4$ のグラフを描いてみると $y = (x - 2)^2$ と変形できることから、頂点は(2, 0)の下に凸の放物線のグラフとなる。 よって、$x^2 - 4x + 4 < 0$ の解は、 $x = 2$ のみである。</p>			
練習	次の2次不等式を解きなさい。 (1) $x^2 - 6x + 9 < 0$ (2) $x^2 - 8x + 16 < 0$		
解答	(1) $x = 3$ (2) $x = 4$		



誤答例 1 のつまずきの分析【20 - 1】

2次関数のグラフをかくことができないと思われます。2次関数のグラフを描けるようになることが、2次不等式が確実に解けるようになる近道です。この場合は特に頂点が軸上にありますから、グラフが上に凸か下に凸かの判断が重要です。

つまずきの解消

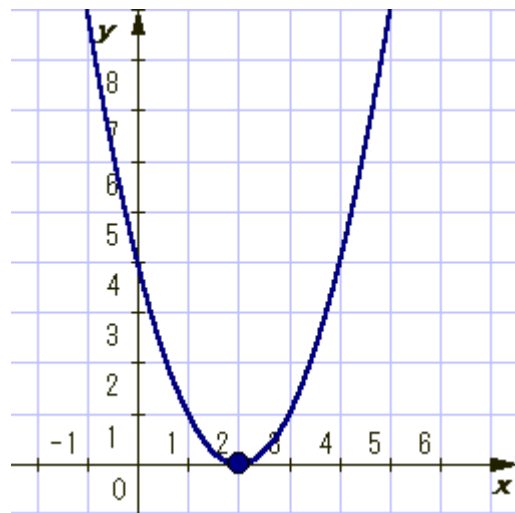
2次関数のグラフの概形について19 - 1で確認しましょう。

$y = x^2 - 4x + 4$ のグラフを描いてみると
 $y = (x - 2)^2$

と変形できることから、頂点が(2, 0)の下に凸の放物線のグラフとなります。

よって、 $x = 2$ のとき、等号が成り立ちます。
がこれ以外の値のときは、 $x^2 - 4x + 4 > 0$ となっています。

したがって、 $x^2 - 4x + 4 = 0$ の解は、
 $x = 2$ のみです。



誤答例2のつまずきの分析【20 - 2】

不等号の向きを逆にとらえてしまったようです。また、等号があるか無いかも要注意です。 $x^2 - 4x + 4 = 0$ を解くということは、 $y = x^2 - 4x + 4$ とみなしたとき、常に $y = 0$ となるような、 x の値の範囲を求めることです。つまり、 $y = 0$ を満たすか、または $y < 0$ となる、そのような x の値の範囲を求めることです。

つまずきの解消

$x^2 - 4x + 4 = 0$ を解くということは、 $y = x^2 - 4x + 4$ とみなしたとき、常に $y = 0$ となるような、 x の値の範囲を求めることです。

そこで、 $y = x^2 - 4x + 4$ として変形すると

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x + 4 \\ &= (x - 2)^2 \end{aligned}$$

となるので、 $x = 2$ のとき、 $y = 0$ となります。

x の値がこれ以外するとき、 $y > 0$ となります。

したがって、 $x^2 - 4x + 4 = 0$ の解は、等号の成り立つ $x = 2$ のみです。