

問題番号	問い	2次方程式 $x^2 - 9 = 0$ を解きなさい。		
10	正解	$x = -3, 3$		
誤答例		つまずき原因		分析と解消
1	無解答	因数分解を理解していない。		27ページ 【10-1】
2	$x = 3$	$x^2 = 9$ と変形したが、2乗して9になる数を3とした。		28ページ 【10-2】
3	$x = -3$	$x^2 = 9$ と変形したが、2乗して9になる数を-3とした。		28ページ 【10-2】
4				
5				
<p>正解の解説1</p> $x^2 - 9 = 0$ <p>左辺を因数分解すると、</p> $(x + 3)(x - 3) = 0$ <p>$x + 3 = 0$ または $x - 3 = 0$</p> <p>だから、$x = -3$ または $x = 3$</p> <p>正解の解説2</p> $x^2 - 9 = 0$ <p>-9を移項すると、$x^2 = 9$</p> <p>平方根の定義から、$x = \pm 3$</p>				
練習	次の2次方程式を解きなさい。			
	$x^2 - 1 = 0$	$x^2 - 4 = 0$	$x^2 - 25 = 0$	$x^2 - 5 = 0$
			$x^2 - \frac{1}{4} = 0$	
解答	$x = \pm 1$	$x = \pm 2$	$x = \pm 5$	$x = \pm \frac{1}{2}$
	$x = \pm 5$	$x = \pm \frac{1}{2}$		

誤答例 1 のつまずきの分析【10 - 1】

公式 $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$ を使って $x^2 - 9$ を因数分解することができていません。2 次式を 1 次式と 1 次式の積に因数分解することによって、2 次方程式を解くのです。

つまずきの解消

展開の公式 $(x + a)(x - a) = x^2 - a^2 \dots$ から次の因数分解の公式が得られます。

因数分解の公式
 $x^2 - a^2 = (x + a)(x - a)$

この因数分解の公式で、 a^2 にあたる数を 9 とすると、
 $x^2 - 9 = (x + 3)(x - 3)$ が得られます。

は次のようにして展開して示すことができます。

$$\begin{aligned} (x + a)(x - a) &= (x + a)\{x + (-a)\} \\ &= x^2 + \{a + (-a)\}x + a \times (-a) \dots \\ &= x^2 - a^2 \end{aligned}$$

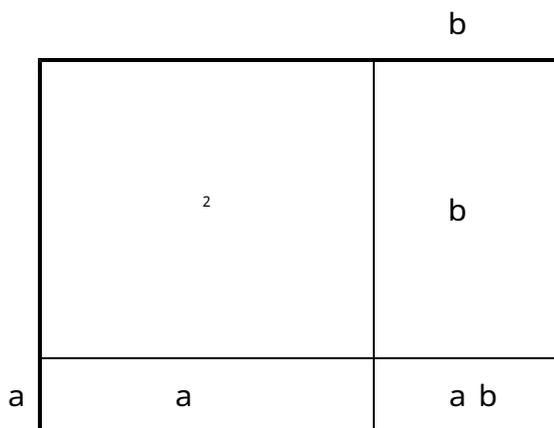
は次の展開の公式から得られます。

展開の公式
 $(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

この展開のしかたについて考えよう。

$$\begin{aligned} (a + b)(c + d) &= ac + ad + bc + bd \text{ を使うと,} \\ (x + a)(x + b) &= x^2 + bx + ax + ab \\ &= x^2 + (a + b)x + ab \end{aligned}$$

下の図を使ってもこの公式は説明できます。



誤答例 2 のつまずきの分析【10 - 2】

$x^2 = 9$ と変形した。2乗して9になる数は ± 3 であるが、 -3 に気づかなかったと思われる。

$3^2 = 9$ であり、 $(-3)^2 = 9$ であるので、負の数を2乗すると、正になることを理解していなかったと考えられます。

つまずきの解消

平方根について

a を負でない数とするとき、 $x^2 = a$ を成り立たせる x の値、つまり、「2乗すると a になる数」を、 a の平方根といいます。

例 $3^2 = 9$, $(-3)^2 = 9$ だから、 3 と -3 は、 $x^2 = 9$ を成り立たせる x の値です。つまり、 3 と -3 は 9 の平方根です。

正の数 a の2つの平方根を、記号 $\sqrt{\quad}$ を使って次のように表します。

平方根の正のほうを \sqrt{a} , 負のほうを $-\sqrt{a}$
この記号 $\sqrt{\quad}$ を根号といい、 \sqrt{a} を「ルート a 」と読みます。

例 9 の平方根は、根号を使って $\sqrt{9}$, $-\sqrt{9}$ と表せます。

ところが、 9 の平方根のうち、正のほうは 3 , 負のほうは -3 であるから、次のように表すことができます。

$$\sqrt{9} = 3 \quad -\sqrt{9} = -3$$